INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Škola	Střední odborná škola a Střední odborné učiliště, Hustopeče, Masarykovo nám. 1
Autor	Bc. Zdeněk Brokeš
Číslo	VY_32_INOVACE_3_F_2.03 Průměrná rychlost
Název	Průměrná rychlost
Číslo projektu	CZ.1.07/1.5.00/34.0394
Téma hodiny	Průměrná rychlost
Předmět	Fyzika
Ročník/y/	druhý
Anotace	Průměrná rychlost
Očekávaný výstup	Výpočet základních příkladů
Datum vytvoření	17.06. 2013
Druh učebního materiálu	prezentace

- **Průměrná rychlost** neobsahuje žádnou informaci o tom, jak rychle se těleso pohybuje v daném okamžiku. Říká pouze, jak velkou dráhu urazí za jednotku času

$$v = \frac{s}{t}$$

příklad

A) Rychlost auta v prudkém stoupání je 30 km·h^{-1}. V následujícím stejně dlouhém sjezdu jede rychlostí 90 km·h^{-1}. Určete, jak velká je průměrná velikost rychlosti auta.

B) Spěchající motorista se snaží překonat kopec. Stoupání i klesání jsou dlouhé 3,5 km. Má ale staré auto, takže do kopce může jet nejvýše rychlostí 45kmh.

Jak rychle musí jet dolů, aby udržel průměrnou rychlost:

a) 60kmh

b) 90kmh

řešení

- A)

Důležitá informace v zadání úlohy je, že dráha nahoru i dolů je stejně dlouhá, my ji sice neznáme, ale počítat s ní budeme muset – označme si ji s .

Čas t_1 potřebný k jízdě do kopce pak bude:

$$t_1 = \frac{s}{v_1} \ .$$

Čas t_2 potřebný k následné jízdě z kopce dolů pak bude:

$$t_2 = \frac{s}{v_2} \ .$$

Průměrnou velikost rychlosti určíme jako celkovou uraženou dráhu dělenou celkovou dobu pohybu (srovnej s definicí průměrné rychlosti jako změny posunutí za celkový čas).

Číselně:

$$v_p = \frac{(2.30.90)\,\mathrm{km}}{(30+90)\,\mathrm{h}} = 45\,\mathrm{km.\,h^{-1}}\ .$$

Průměrná velikost rychlosti auta je tedy jen 45 km·h^{-1} ; všimněte si, že je bližší nižší rychlosti, kterou se auto pohybuje déle. V našem případě (stejná dráha nahoru i dolů) musí dokonce platit, že:

$$\frac{v_p - v_1}{v_2 - v_p} = \frac{v_1}{v_2}\ .$$

Číselně:

$$\frac{30\,\mathrm{km.\,h^{-1}}}{90\,\mathrm{km.\,h^{-1}}} = \frac{1}{3}\ .$$

Poznámka: Zadání úlohy svádí k okamžité (ale chybné) odpovědi, že to musí být 60 km·h^{-1} (aritmetický průměr obou hodnot). Ale pozor – rychlostí v_1 = 30 km·h^{-1} jede auto třikrát delší čas než rychlostí v_2 = 90 km·h^{-1} !!!

B)

Označení veličin:

v_{p} je průměrná rychlost auta

s je dráha do kopce (stejná vzdálenost je i z kopce)

t_1 je doba, za kterou auto vyjede na kopec

t_2 je doba, za kterou auto sjede z kopce

Když jsme si označili veličiny, můžeme si vyjádřit průměrnou rychlost:

$$v_p = \frac{2s}{t_1 + t_2} \; .$$

Časy t_1, t_2 si vyjádříme pomocí rychlosti a ujeté dráhy:

Doba jízdy do kopce t_1:

$$t_1 = \frac{s}{v_1} \, .$$

Doba jízdy z kopce t_2:

$$t_2 = \frac{s}{v_2} \, .$$

Dosadíme tyto vzorce do vztahu pro průměrnou rychlost a upravíme.

$$v_p = \frac{2s}{t_1 + t_2} = \frac{2s}{\frac{s}{v_1} + \frac{s}{v_2}} = \frac{2s}{s\left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}\right)} = \frac{2}{\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}} \quad (1)$$

Vyjádříme si rychlost z kopce ze vztahu (1):

$$v_p = \frac{2}{\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}} \,.$$

Obě strany vynásobíme výrazem $\left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}\right)$:

$$v_p\left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}\right) = 2\,.$$

Vynásobíme $\frac{1}{v_p}$:

$$\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} = \frac{2}{v_p} \,.$$

Odečteme $\frac{1}{v_1}$:

$$\frac{1}{v_2} = \frac{2}{v_p} - \frac{1}{v_1}$$

$$\frac{1}{v_2} = \frac{2v_1 - v_p}{v_p v_1}$$

$$v_2 = \frac{v_p v_1}{2v_1 - v_p} \qquad (2)$$

Dosadíme zadané hodnoty do vzorce:

a) Pro jízdu s průměrnou rychlostí $v_p = 60\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ je rychlost z kopce:

$$v_2 = \frac{v_p v_1}{2v_1 - v_p} = \frac{60 \cdot 45}{2 \cdot 45 - 60}\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} = 90\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}\,.$$

b) Pro jízdu s průměrnou rychlostí $v_p = 90\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ je rychlost z kopce:

$$v_2 = \frac{v_p v_1}{2v_1 - v_p} = \frac{90 \cdot 45}{2 \cdot 45 - 90}\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}\,.$$

Po dosazení hodnot zjistíme, že ve jmenovateli je nula. A tedy řidič vozidla nemůže této průměrné rychlosti dosáhnout. Nemůže jet tak rychle, aby dohnal ztrátu z jízdy do kopce.

Nebo tento případ lze řešit úvahou. Nejprve si spočítáme čas jízdy do kopce:

$$t_1 = \frac{s}{v_1} = \frac{3\,500 \cdot 3\,600}{45 \cdot 1\,000}\ \mathrm{s} = 280\,\mathrm{s}\,.$$

Poté si spočítáme čas jízdy do kopce i z kopce:

$$t_1 + t_2 = \frac{2s}{v_p} = \frac{2 \cdot 3\,500 \cdot 3\,600}{95 \cdot 1\,000}\ \mathrm{s} = 280\,\mathrm{s}\,.$$

Jelikož jsou tyto časy stejné, tak na jízdu z kopce nezbývá žádný čas.

Použité zdroje

- **HALLIDAY, D, Robert RESNICK a Jearl WALKER.** *Fyzika - 5 dílů: vysokoškolská učebnice obecné fyziky*. Vyd. 1. Překlad Jana Musilová, Jan Obdržálek, Petr Dub. Brno: VUTIUM, 2001, 1198 s. ISBN 80-214-1868-0
- http://www.realisticky.cz/kapitola.php?id=76
- http://fyzikalniulohy.cz/index.php?predmet=1
- http://cs.wikipedia.org/wiki/Rychlost#Pr.C5.AFm.C4.9Brn.C3.A1_rychlost
- **Vlastní zdroje**