Číslo projektu	CZ.1.07/1.5.00/34.0394
Číslo materiálu	VY_32_INOVACE_8_ČT_1.08_ algebraická minimalizace
Název školy	Střední odborná škola a Střední odborné učiliště, Hustopeče, Masarykovo nám. 1
Autor	Ing. Pavel Meňhart
Název	Kombinační logické funkce
Téma hodiny	Algebraická minimalizace
Předmět	Číslicová technika
Ročník /y/	první
Datum tvorby	12.9.2012
Anotace	Žáci mají k dispozici pracovní list. Formou kolektivní diskuze a výkladu si osvojí způsoby algebraické minimalizace a využití Booleovy algebry
Očekávaný výstup	Žáci chápou a dovedou algebraicky minimalizovat různé logické výrazy a používají zákony Booleovy algebry
Druh učebního materiálu	pracovní list
Pokud není uvedeno jinak, uvedený materiál je z vlastních zdrojů autora	

Název tematického celku: Kombinační logické funkce

3.2. Minimalizace

Minimalizace obecně je proces hledání nejjednodušších forem výrazů. Cílem je nalézt minimální výraz popisující tutéž logickou funkci jako např. výchozí součtová normální forma, ale takový, který má:

- minimální počet konjunkcí
- konjunkce nejkratší možné délky
- minimální počet všech písmen ve výsledném výrazu

Minimalizace se provádí buď algebraicky nebo graficky.

3.2.1. Algebraická metoda minimalizace

- spočívá v uplatnění zákonů Booleovy algebry
- funkce logických obvodů se zakládá na zákonech a pravidlech tzv. *výrokové logiky*, která pracuje jen s pravdivými nebo nepravdivými výroky. Žádná jiná tvrzení nejsou povolena. Pravdivému tvrzení přiřazujeme hodnotu 1, nepravdivému hodnotu 0.

Booleova algebra je zvláštní matematický způsob popsání chování struktury logických obvodů, usnadňuje jejich analýzu a syntézu. Před výkladem jednotlivých zákonů Booleovy algebry musíme definovat základní podmínky:

- $x = 0$ je-li $x \neq 1$ (logická proměnná může nabývat pouze hodnoty nula nebo jedna)
- je-li $x = 0$ potom $\overline{x} = 1$
- $0 \cdot 0 = 0$
- $1 \cdot 0 = 0 \cdot 1 = 0$
- $1 \cdot 1 = 1$

Základní zákony Booleovy algebry:

1) Komutativní	$x + y = y + x$	$x \cdot y = y \cdot x$
2) Asociativní	$(x + y) + z = x + (y + z)$	$(x \cdot y) \cdot z = x \cdot (y \cdot z)$
3) Distributivní	$(x + y) \cdot z = x \cdot z + y \cdot z$	$x \cdot y + z = (x + z) \cdot (y + z)$
4) O vyloučení třetího	$x + \overline{x} = 1$	$x \cdot \overline{x} = 0$
5) O neutrálnosti hodnoty „0“		$x + 0 = x$
6) O neutrálnosti hodnoty „1“		$x \cdot 1 = x$
7) Agresivity hodnoty „0“		$x \cdot 0 = 0$
8) Agresivity hodnoty „1“		$x + 1 = 1$
9) O idempotenci prvků	$x + x = x$	$x \cdot x = x$
10) Absorpce	$x + x \cdot y = x$	$x \cdot (x + y) = x$
11) Absorpce negace	$x + \overline{x} \cdot y = x + y$	$x \cdot (\overline{x} + y) = x \cdot y$
12) Dvojité negace		$\overline{\overline{x}} = x$
13) De Morganovy zákony	$\overline{x \cdot y} = \overline{x} + \overline{y}$	$\overline{x + y} = \overline{x} \cdot \overline{y}$

Příklad využití zákonů Booleovy algebry při algebraické minimalizaci:

- při algebraické minimalizaci lze s úspěchem použít i základní matematické operace, jako je např. vytýkání před závorku

- v uvedeném příkladu je pro názornost použito zobrazení prováděných úprav pomocí zlomku, kde v čitateli je uveden původní výraz a ve jmenovateli výsledný zápis po minimalizaci s tím, že v hranaté závorce je uvedeno číslo zákona Booleovy algebry, který byl v konkrétním zjednodušení použit

$$(x_1 + x_2 + x_3)\cdot(x_1 + x_2 + \overline{x_3}) = x_1x_1 + x_1x_2 + x_1\overline{x_3} + x_2x_1 + x_2x_2 + x_2\overline{x_3} + x_3x_1 + x_3x_2 + x_3\overline{x_3} =$$

$$= \frac{x_1x_1}{x_1[z9]} + x_1x_2 + x_1x_2 + x_1\overline{x_3} + \frac{x_2x_2}{x_2[z9]} + x_2\overline{x_3} + x_3x_1 + x_3x_2 + \frac{x_3\overline{x_3}}{0[z4]} = x_1 + x_2 + \frac{x_1x_2 + x_1x_2}{x_1x_2[z9]} +$$

$$+ \overline{x_3}(x_1 + x_2) + x_3(x_1 + x_2) = x_1 + x_2 + x_1x_2 + (x_1 + x_2)(\overline{x_3} + x_3) = \frac{x_1 + x_1x_2}{x_1[z10]} + x_2 + (x_1 + x_2)\frac{(\overline{x_3} + x_3)}{1[z4]} =$$

$$= x_1 + x_2 + x_1 + x_2 = \frac{x_1 + x_1}{x_1[z9]} + \frac{x_2 + x_2}{x_2[z9]} = x_1 + x_2$$

Př.: Proveďte minimalizaci algebraickou metodou:

$$\overline{a}bc\overline{d} + ab\overline{c}d + \overline{a}\overline{b}cd + a\overline{b}cd + \overline{a}bcd + abcd =$$

$$\overline{a}\overline{b}\overline{c}\overline{d} + a\overline{b}\overline{c}\overline{d} + \overline{a}bc\overline{d} + a\overline{b}cd + \overline{a}bcd + abcd =$$

Seznam informačních zdrojů:

ANTOŠOVÁ, Marcela; DAVÍDEK, Vratislav. Číslicová technika. České Budějovice: KOPP, 2004, ISBN 80-7232-206-0.

Pokud není uvedeno jinak, jsou použité objekty vlastní originální tvorbou autora.

Materiál je určen pro bezplatné používání pro potřeby výuky a vzdělávání na všech typech škol a školských zařízení. Jakékoliv další využití podléhá autorskému zákonu. Veškerá vlastní díla autora (fotografie, videa) lze bezplatně dále používat i šířit při uvedení autorova jména.