



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Číslo projektu	CZ.1.07/1.5.00/34.0394
Číslo materiálu	VY_32_INOVACE_9_ČT_1.09_ grafická minimalizace
Název školy	Střední odborná škola a Střední odborné učiliště, Hustopeče, Masarykovo nám. 1
Autor	Ing. Pavel Meňhart
Název	Kombinační logické funkce
Téma hodiny	Grafická minimalizace
Předmět	Číslicová technika
Ročník /y/	první
Datum tvorby	13.9.2012
Anotace	Žáci mají k dispozici pracovní list. Formou kolektivní diskuze a výkladu si osvojí grafickou minimalizaci zápisu logické funkce
Očekávaný výstup	Žáci chápou a dovedou provést grafickou minimalizaci pomocí Karnauhgovy mapy
Druh učebního materiálu	pracovní list
Pokud není uvedeno jinak, uvedený materiál je z vlastních zdrojů autora	

Název tematického celku: Kombinační logické funkce

3.2. Minimalizace

Minimalizace obecně je proces hledání nejjednodušších forem výrazů. Cílem je nalézt minimální výraz popisující tutéž logickou funkci jako např. výchozí součtová normální forma, ale takový, který má:

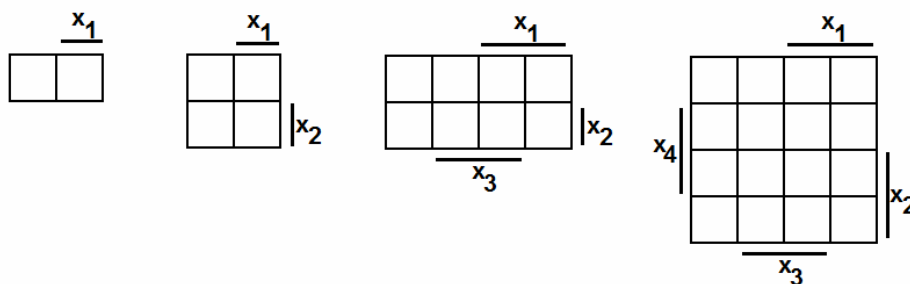
- minimální počet konjunkcí
- konjunkce nejkratší možné délky
- minimální počet všech písmen ve výsledném výrazu

Minimalizace se provádí buď algebraicky nebo graficky.

3.2.2. Grafická minimalizace

Velmi účinným a rychlým prostředkem pro manuální stanovení minimální formy Booleovy funkce je Karnaughova mapa.

Karnaughova mapa je čtverec nebo obdélník, který je pravoúhlou sítí rozdělen na 2^n políček. Počet políček v jednom řádku nebo sloupci mapy se vždy rovná mocnině dvou. Každé políčko mapy odpovídá jednomu stavu nezávisle proměnných, přičemž se tento stav zobrazuje čarami podél stran mapy.

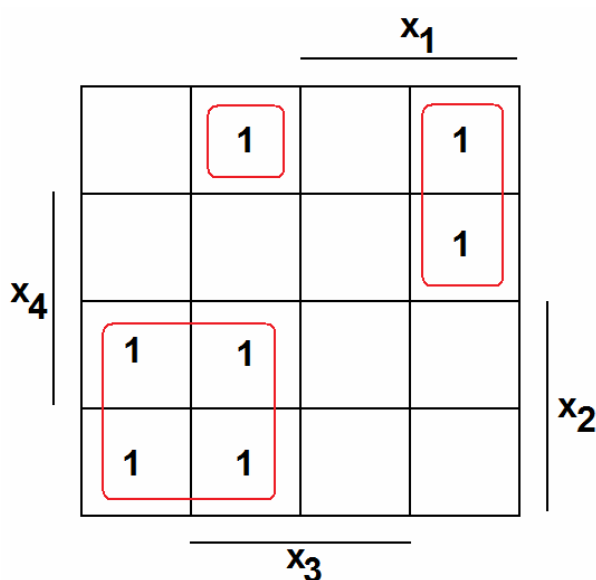


Karnaughova mapa má právě tu vlastnost, že dvěma sousedním konjunkcím odpovídají sousední políčka, tj. políčka ležící vedle sebe v téže řadě nebo sloupci.

Do mapy zapíšeme hodnoty všech závislých proměnných, které jsou rovny 1. Každé políčko mapy odpovídá pouze jednomu stavu vstupních logických proměnných. Sousední jedničky (jednotkové

hodnoty závislých proměnných) zahrnujeme do *smyčky*. *Smyčka* může obsahovat pouze 2^n sousedních jedniček.

Minimalizace spočívá v tom, že v mapě dané funkce zahrnujeme jedničky této funkce do pokud možno co největších smyček, přičemž se snažíme, aby počet takových smyček byl minimální a při tom byly všechny jedničky, pokud to jde, zahrnuty do nějaké smyčky. Je-li v průběhu vytváření smyček některá hodnota zahrnuta v nějaké smyčce, ale přitom umožňuje vytvořit novou smyčku alespoň s jednou jedničkou ještě v žádné smyčce neobsaženou, pak tuto novou smyčku vytvoříme bez ohledu na to, že překrývá dosud vytvořenou smyčku.



Postup minimalizace je tedy tento:

- zadanou logickou funkci zobrazíme, nulové hodnoty vynecháme
- vytvoříme nenadbytečný soubor co největších smyček, pokud možno všechny jedničky zahrneme
- zapíšeme minimální formu jako logický součet výrazů odpovídajících jednotlivým smyčkám a základních součinů odpovídajících jedničkám neobsažených v žádné smyčce

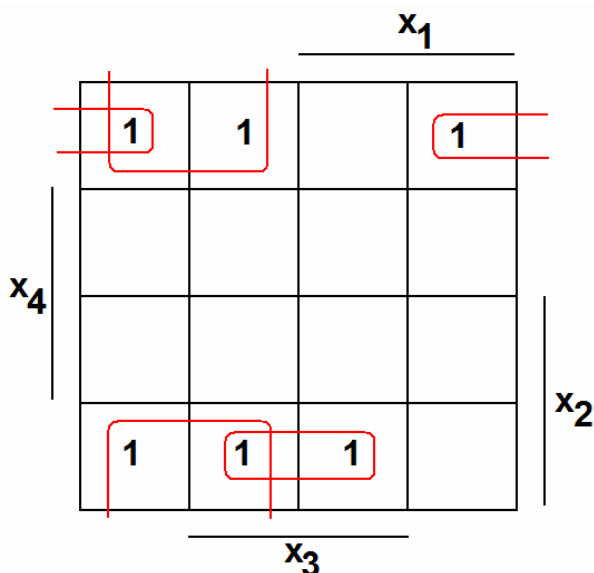
Výsledná minimální forma zápisu logické funkce se pomocí konjunkcí pro každou smyčku zapíše následovně:

- pokud smyčka leží všemi prvky v polích ovládaných vstupní proměnnou, tato proměnná se do výsledného výrazu zapíše bez negace
- pokud smyčka leží polovinou svých prvků v polích ovládaných vstupní proměnnou, tato proměnná se do výsledného výrazu nepíše
- pokud smyčka neleží ani jedním prvkem v polích ovládaných vstupní proměnnou, tato proměnná se do výsledného výrazu zapíše jako negovaná

Z uvedené mapy bude minimální forma následující (od nejmenší smyčky):

$$Y = \overline{x_1} \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} + x_1 x_2 x_3 + x_1 x_2$$

Pro Karnaughovy mapy do 4 vstupních logických proměnných obecně platí, že za sousední políčka v uvedeném smyslu považujeme i ta políčka, která leží na opačných koncích téhož řádku nebo sloupce mapy.



$$Y = \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 + x_2 x_3 \overline{x_4} + \overline{x_1} x_4$$

Využití neurčitých stavů

Neurčitým logickým funkcím není někdy přiřazena stavová funkční hodnota. Tato políčka v mapě označujeme křížkem. Využití neurčitých stavů spočívá v tom, že křížek považujeme za jedničku tehdy a jen tehdy, když nám to umožní vytvořit spolu s nějakou danou jedničkou ještě neobsaženou, nějakou novou smyčku anebo zvětšit již vytvořenou smyčku obsahující jedničky. Jestliže to nelze udělat, neurčitý stav považujeme za nulu.

A 4x4 grid representing a 2D array. The dimensions are labeled as x_1 (width), x_2 (height), x_3 (width of the first two columns), and x_4 (height of the first two rows). The grid contains the following values:

	1		1
	1		1
	X		X
		X	X

Red rectangles highlight the elements in the second and fourth columns.

$$Y = \overline{x_1} \overline{x_3} + \overline{x_1} x_2 x_3 + \overline{x_1} x_3 x_4$$

Př.: Minimalizujte graficky:

Figure 1 shows two 4x4 grids illustrating the construction of a 2D array. The left grid shows a sparse matrix with '1's and 'X's. The right grid shows a dense matrix with '1's and 'X's. Both grids are labeled with axes x_1 , x_2 , x_3 , and x_4 .

Left Grid (Sparse Matrix):

1	X		1
	1	1	
		1	1
1		X	1

Right Grid (Dense Matrix):

1	1	1	1
1	X	1	1
		1	
		1	1

Seznam informačních zdrojů:

ANTOŠOVÁ, Marcela; DAVÍDEK, Vratislav. Číslicová technika. České Budějovice: KOPP, 2004, ISBN 80-7232-206-0.

Pokud není uvedeno jinak, jsou použité objekty vlastní originální tvorbou autora.

Materiál je určen pro bezplatné používání pro potřeby výuky a vzdělávání na všech typech škol a školských zařízení. Jakékoliv další využití podléhá autorskému zákonu. Veškerá vlastní díla autora (fotografie, videa) lze bezplatně dále používat i šířit při uvedení autorova jména.



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ