



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Číslo projektu	CZ.1.07/1.5.00/34.0394
Škola	Střední odborná škola a Střední odborné učiliště, Hustopeče, Masarykovo nám. 1
Autor	Mgr. Renata Kučerová
Číslo materiálu	VY_42_INOVACE_27MA.4.11
Název	Vektory a jejich vlastnosti
Téma hodiny	Vektory
Předmět	Matematika
Ročník/y/	3. a 4.ročník(opakování na maturitu)
Anotace	Žák si zopakuje následující pojmy - délka úsečky, střed úsečky, velikost vektoru, souřadnice vektoru, operace s vektory (sčítání, odčítání, násobení vektorů)
Datum vytvoření	Vytvořeno 15. března 2013.
Očekávaný výstup	Žák si zopakuje a utřídí základní pojmy tohoto učiva. Pracovní list může být použit v hodině jako součást opakování či jako domácí příprava studentů.
Druh učebního materiálu	Pracovní list

Vektory a jejich vlastnosti



Vektor = orientovaná úsečka, jejíž krajní body mají určené pořadí – počáteční a koncový bod

Délka úsečky, střed úsečky

▪

Délka úsečky AB

$$A[x_1, y_1], B[x_2, y_2]$$

$$|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Střed úsečky AB

$$S[s_1, s_2]$$

$$s_1 = \frac{x_1 + x_2}{2}, s_2 = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

Souřadnice vektoru, velikost vektoru

Souřadnice vektoru

$$\vec{u} = (u_1, u_2)$$

$$\vec{u} = \vec{AB}, A[x_A, y_A], B[x_B, y_B]$$

$$\vec{u} = (x_B - x_A, y_B - y_A)$$

Velikost vektoru

$$|\vec{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2}$$

Operace s vektory

$$\vec{u} = (u_1, u_2), \vec{v} = (v_1, v_2)$$

a) rovnost vektorů

$$\vec{u} = \vec{v} \Leftrightarrow u_1 = v_1 \wedge u_2 = v_2$$

b) násobení reálným číslem λ

$$\lambda \cdot \vec{u} = (\lambda u_1, \lambda u_2)$$

c) opačný vektor k $\vec{u}$

$$-\vec{u} = (-u_1, -u_2)$$

d) kolinéární vektory

leží na téže přímce nebo na přímkách

rovnoběžných

k – koeficient kolineárnosti

podmínka kolineárnosti $u_1 = kv_1 \wedge u_2 = kv_2$

$$k = \frac{u_1}{v_1} = \frac{u_2}{v_2} \quad \text{nebo-li} \quad u_1 \cdot v_2 = u_2 \cdot v_1$$

e) součet vektorů

$$\vec{u} + \vec{v} = (u_1 + v_1, u_2 + v_2)$$

f) rozdíl vektorů

$$\vec{u} - \vec{v} = (u_1 - v_1, u_2 - v_2)$$

g) skalární součin vektorů

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = u_1 \cdot v_1 + u_2 \cdot v_2$$

h) velikost úhlu vektorů

$$\cos \varphi = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{u_1 \cdot v_1 + u_2 \cdot v_2}{\sqrt{u_1^2 + u_2^2} \cdot \sqrt{v_1^2 + v_2^2}}$$

ch) kolmost vektorů

skalární součin je roven nule

$$\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow u_1 \cdot v_1 + u_2 \cdot v_2 = 0$$



1) Je dán jeden krajní bod a střed úsečky S . Určete souřadnice druhého krajního bodu úsečky

a) $AB, A[3, -2], S[1, 4]$

b) $CD, C[0, -7], S[2, 5]$

c) $EF, E[-5, -1], S[6, -2]$

2) AB je průměr kružnice k . Vypočítejte souřadnice jejího středu a poloměr, je-li

$A[0, 5; -1], B[3, -0, 5]$.

3) Je dán trojúhelník ABC : $A[-0, 75; 2], B[3, -1], C[5; 1, 25]$. Vypočítejte délku těžnice na stranu c .

4) Vypočítejte souřadnice vektoru daného dvěma body a určete jeho velikost. Načrtněte v kartézské soustavě souřadnic:

a) $\vec{u} = AB, A[3; -1, 5], B[2, -1]$

b) $\vec{v} = CD, C[-0, 2; 3], D[0, 5; -4]$

c) $\vec{w} = EF, E[4, -3], F[-1, 2; -5]$

5) Určete velikost vektoru:

a) $QP, Q[-3, 2], P[4, 5]$

b) $MN, M[5, -1], N[0, 6]$

c) $AB, A[-7, 5], B[0, -6]$

6) Určete neznámou souřadnici vektoru tak, aby vektory byly kolinéární:

a) $\vec{u} = (-3, 2), \vec{w} = (-4, w_2)$

b) $\vec{v} = \left(v_1, \frac{3}{5}\right), \vec{w} = \left(1, \frac{4}{3}\right)$

c) $\vec{k} = (0, 5; 8), \vec{l} = (l_1, -3)$

7) Jsou dány vektory SA, SB souřadnicemi bodů $S[-1, 2], A[-4, 3], B[7, 5]$. Určete počtetně i graficky:

a) $SA + SB$

b) $\frac{1}{2}SA + 2SB$

c) $SA - 0,5SB$

8) Určete, zda jsou vektory k sobě kolmé:

a) $\vec{a} = (-3, 2), \vec{b} = (4, 5; -0, 5)$

b) $\vec{u} = (2, -5), \vec{v} = (5, 2)$

9) Určete velikost úhlu vektorů:

a) $\vec{u} = (-2, 3), \vec{v} = (5, 1)$

b) $\vec{u} = (-0, 5; 1), \vec{v} = (-3; 1, 5)$

c) $\vec{u} = \left(\frac{1}{2}, 5\right), \vec{v} = \left(0, 3; \frac{3}{4}\right)$

Řešení

1)

a) $B[-1, 10]$

b) $D[4, 17]$

c) $F[17, -3]$

2) $r \doteq 1,45 \quad S[1,75; 0,75]$

3) $t_c = 3,9$

4)

a) $\vec{u} = (-1; 0,5), |\vec{u}| = 1,11$

b) $\vec{v} = (-0,7; -7), |\vec{v}| = 7,03$

c) $\vec{w} = (-5,2; -2), |\vec{w}| = 5,57$

5)

a) $|QP| = \sqrt{58}$

b) $|MN| = \sqrt{74}$

c) $|AB| = \sqrt{170}$

6)

a) $\vec{w} = \left(-4, \frac{8}{3}\right)$

b) $\vec{v} = \left(\frac{9}{20}, \frac{3}{5}\right)$

c) $\vec{l} = (-0,1875; -3)$

7)

a) $(5, 4)$

b) $(-14, 5; 6, 5)$

c) $(-7; -0,5)$

8)

a) nejsou kolmé

b) jsou kolmé

9)

a) $\alpha = 112^{\circ}22'$

b) $\alpha = 36^{\circ}52'$

c) nemá řešení

Zdroje:

- 1) Vlastní archiv autora
- 2) ČERMÁK, Pavel a Petra ČERVINKOVÁ. *Odmaturuj z matematiky 1*. 3.vydání. Brno: Didaktis, 2004. ISBN 80-7358-014-4.
- 3) <http://schools.bvsg.org/p12/heatherwood/academics/math/Pages/default.aspx>
- 4) <http://poietes.wordpress.com/2009/03/20/it-was-a-dark-and-stormy-nightmare-neil-gaiman/>