



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

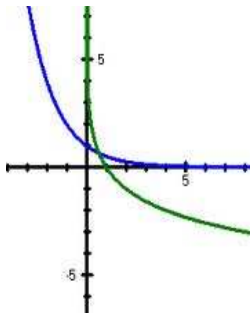
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Číslo projektu	CZ.1.07/1.5.00/34.0394
Škola	Střední odborná škola a Střední odborné učiliště, Hustopeče, Masarykovo nám. 1
Autor	Mgr. Renata Kučerová
Číslo materiálu	VY_42_INOVACE_28MA.2.12
Název	Logaritmické funkce a rovnice
Téma hodiny	Logaritmické funkce, Logaritmické rovnice
Předmět	Matematika
Ročník/y/	2. a 4. ročník (součást opakování k maturitě)
Anotace	Pracovní list má dvě části – teoretickou (vykreslení logaritmické funkce a základní vzorce nutné pro výpočet logaritmických rovnic) a praktickou (samotné příklady nutné k procvičení). V praktické části se nachází typově rozdílné příklady, které mají podat ucelený obraz o této látce. Pracovní list může být použit jako souhrnné opakování v hodině nebo zadán jako domácí příprava (vzhledem k výsledkům).
Datum vytvoření	Vytvořeno 19. března 2013.
Očekávaný výstup	Žák si procvičí logaritmickou funkci a uvědomí si její propojenost s exponenciální, kterou lze využít při tvorbě grafů. Dále si procvičí základní větu o logaritmech na různých příkladech a možné postupy při řešení logaritmických rovnic.
Druh učebního materiálu	Pracovní list

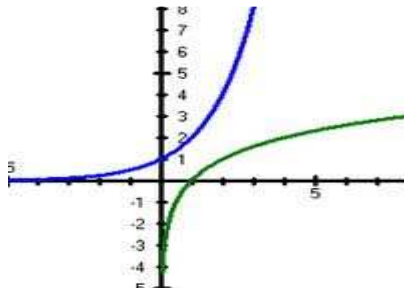
Logaritmické funkce a rovnice

Předpis: $f : y = \log_a x$, kde $a \in (0,1) \cup (1,\infty)$

$a \in (0,1)$



$a \in (1,\infty)$



(pozn.: zeleně logaritmická funkce, modře exponenciální funkce)

Druhy logaritmů:

- dekadický logaritmus $f : y = \log_{10} x$
- přirozený logaritmus $f : y = \ln x$

grafem je logaritmická křivka

logaritmická funkce je inverzní k exponenciální (využíváme při tvorbě grafů)

Věty o logaritmech:



$$1) \log_a x = y \Leftrightarrow a^y = x$$

$$2) \log(r \cdot s) = \log r + \log s$$

$$3) \log \frac{r}{s} = \log r - \log s$$

$$4) \log r^s = s \log r$$

Příklady

1) Načrtni grafy logaritmických funkcí

a) $\log_4 x$

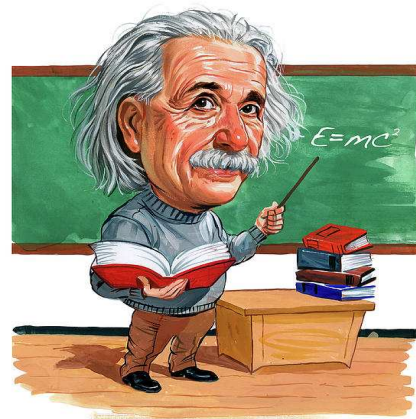
b) $\log_3 x$

c) $\log_{0,1} x$

d) $\log_{\frac{1}{2}} x$

e) $\log_5 x$

f) $\log_{0,3} x$



2) Určete hodnotu x . Využijte definici logaritmu.

a) $\log_2 x = 1$

b) $\log_3 x = -2$

c) $\log_{0,1} x = 3$

d) $\log_{\frac{1}{4}} x = -2$

e) $\log_5 x = 3$

f) $\log_{0,3} x = 0$

3) Určete hodnotu y . Využijte definici logaritmu.

a) $\log_2 16 = y$

b) $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{9} = y$

c) $\log_5 \frac{1}{25} = y$

d) $\log_2 (-4) = y$

e) $\log_5 5 = y$

4) Určete hodnotu a . Využijte definici logaritmu.

a) $\log_a 49 = 2$

b) $\log_a \frac{1}{27} = -3$

c) $\log_a 10 = -2$

d) $\log_a 5 = \frac{1}{2}$

e) $\log_a 7 = -1$

5) Logaritmujte daný výraz.

a) $x = rs$

b) $x = b^3$

c) $x = \sqrt[3]{d}$

d) $x = b(b-2)$

e) $x = \frac{2a-b}{c}$

f) $x = \frac{\sqrt[4]{a^3}}{bc}$

g) $x = c \cdot d^3$

6) Odlogaritmuje daný výraz.

$$a) \log x = \log a + \log b$$

$$b) \log x = 5 \log a$$

$$c) \log x = \frac{\log a}{3}$$

$$d) \log x = (\log a + \log 4) : 6$$

$$e) \log x = 2 \log(x - 1)$$

$$f) \log x = \frac{\log(2x + 1)}{4}$$

7) Řešte rovnici.

$$a) \log_5 25 = 3x$$

$$b) \log_2(x^2 - 7) = 0$$

$$c) \log \frac{x}{3} = -2$$

$$d) \log_2 x - \log_2(x + 3) = 1$$

$$e) \log(7x - 9) = 1$$

$$f) 2 \log(x - 4)^2 = 0$$

8) Řešte rovnici s neznámou v exponentu.

$$a) 3^x = 100$$

$$b) 6^{x-3} = 5$$

$$c) 0,1^{3x} = 100$$

$$d) 5^{x+7} = 2$$

Řešení

1) Načrtni grafy logaritmických funkcí

Pozn.: využijte spojitosti s exponenciální funkcí. Hodnoty za x můžete dosazovat libovolně.

a) $y = \log_4 x$

x	1/4	1	4	16
y	-1	0	1	2

b) $y = \log_3 x$

x	1/3	1	3	9
y	-1	0	1	2

c) $y = \log_{0,1} x$

x	10	1	1/10	1/100
y	-1	0	1	2

d) $y = \log_{\frac{1}{2}} x$

x	2	1	1/2	1/4
y	-1	0	1	2

e) $\log_{0,3} x$

x	10/3	1	3/10	9/100
y	-1	0	1	2

2) Určete hodnotu x. Využijte definici logaritmu.

a) $x = 2$

b) $x = \frac{1}{9}$

c) $x = 0,001$

d) $x = 16$

e) $x = 125$

f) $x = 1$

3) Určete hodnotu y . Využijte definici logaritmu.

a) $y = 4$

b) $y = 2$

c) $y = -2$

d) $N\check{R}$

e) $y = 1$

4) Určete hodnotu a . Využijte definici logaritmu.

a) $a = 7$

b) $a = 3$

c) $a = \sqrt{\frac{1}{10}}$

d) $a = 25$

e) $a = \frac{1}{7}$

5) Logaritmujte daný výraz.

a) $\log x = \log r + \log s$

b) $\log x = 3 \log b$

c) $\log x = \frac{1}{3} \log d$

d) $\log x = \log b + \log(b - 2)$

e) $\log x = \log(2a - b) - \log c$

f) $\log x = \frac{3}{4} \log a - \log b - \log c$

g) $\log x = \log c + 3 \log d$

6) Odlogaritmujte daný výraz.

a) $x = ab$

b) $x = a^5$

c) $x = \sqrt[3]{a}$

d) $x = \sqrt[6]{4a}$

e) $x = (x - 1)^2$

f) $x = \sqrt[4]{2x + 1}$

7) Řešte rovnici.

$$a) x = \frac{2}{3}$$

$$b) x = \sqrt{8}$$

$$c) x = \frac{3}{100}$$

$$d) x = -6$$

$$e) x = \frac{19}{7}$$

$$f) x_1 = 5, x_2 = 3$$

8) Řešte rovnici s neznámou v exponentu.

$$a) x \doteq 4,2$$

$$b) x \doteq 3,9$$

$$c) x \doteq \frac{-2}{3}$$

$$d) x \doteq -6,6$$

Zdroje:

- 1) Vlastní archiv autora
- 2) <http://exagger-art.artistwebsites.com/featured/albert-einstein-art.html>
- 3) <http://www.szssumperk.cz/vyuka.html>
- 4) <http://fabblackwoman.wordpress.com/2010/09/15/unwritten-rules-the-dos-and-donts-of-journalism>