



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Číslo projektu	CZ.1.07/1.5.00/34.0394
Číslo materiálu	VY_42_Inovace_13_MA_4.01_ Aritmetická posloupnost– pracovní list
Název školy	Střední odborná škola a Střední odborné učiliště, Hustopeče, Masarykovo nám. 1
Autor	Mgr. Magda Černáková
Tematický celek	Matematika - ALGEBRA
Ročník	4.ročník
Datum tvorby	23.08.2013
Anotace	Prezentace určena pro čtvrtý ročník maturitních oborů, ve které je stručné shrnutí učiva aritmetická posloupnost. Zopakuje jednotlivé druhy úloh a jejich řešení. Současně PL slouží k přípravě k MZ.
Očekávaný výstup	Žák si zopakuje jednotlivé druhy úloh na řešení aritmetické posloupnosti.
Druh učebního materiálu	Jednotlivé snímky lze použít jako studijní materiál.
Pokud není uvedeno jinak, uvedený materiál je z vlastních zdrojů autora	

Aritmetická posloupnost

Posloupnost $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ se nazývá **aritmetická** právě tehdy, když existuje

takové reálné číslo d , že pro každé celé číslo n je : $a_{n+1} = a_n + d$

$$a_{n+1} - a_n = d$$

Číslo d se nazývá **difference** aritmetické posloupnosti.

Platí :

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d, \text{ pro } n \in \mathbb{Z}^+$$

$$a_r = a_s + (r-s) \cdot d, \text{ pro } r, s \in \mathbb{Z}^+$$

Pro **součet s_n prvních n členů** aritmetické posloupnosti platí:

$$s_n = \frac{n}{2} \cdot (a_1 + a_n)$$

Vzorový příklad:

a) *Dokažte, že posloupnost $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$, $a_n = 2n - 4$, je aritmetická.*

Napiš diferenci.

$$\text{pro } n \in \mathbb{Z}^+ : a_{n+1} = a_n + d$$

$$a_n = 2n - 4$$

$$a_{n+1} = 2 \cdot (n + 1) - 4 = 2n + 2 - 4 = 2n - 2$$

$$\text{platí : } a_{n+1} - a_n = d$$

$$2n - 2 - (2n - 4) = 2n - 2 - 2n + 4 = 2$$

$d = 2$, $a_{n+1} = a_n + 2 \Rightarrow$ Posloupnost $\{2n - 4\}_{n=1}^{\infty}$ je aritmetická.

b) V aritmetické posloupnosti $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ jsou dány členy $a_3 = 5$, $a_8 = 15$.

Napiš diferenci d a členy a_1 , a_{17} .

$$a_8 = a_3 + (8 - 3) \cdot d$$

$$15 = 5 + 5d$$

$$5d = 10$$

$$d = 2$$

$$a_1 = a_3 + (1 - 3) \cdot d$$

$$a_1 = 5 - 2 \cdot 2$$

$$a_1 = 1$$

$$a_{17} = a_1 + (17 - 1) \cdot d$$

$$a_{17} = 1 + 16 \cdot 2$$

$$a_{17} = 33$$

c) Urči součet prvních 100 členů posloupnosti $\{n\}_{n=1}^{\infty}$.

$$s_{100} = 1 + 2 + 3 + \dots + 99 + 100$$

$$s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

$$s_{100} = \frac{100}{2}(1 + 100) = 50 \cdot 101 = 5050$$

d) Vypočítej součet všech sudých trojciferných celých kladných čísel.

$$100 + 102 + 104 + \dots + 996 + 998$$

$$a_1 = 100, \quad a_n = 998, \quad d = 2$$

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$$

$$998 = 100 + (n-1) \cdot 2$$

$$898 = 2n - 2$$

$$2n = 900 \Rightarrow n = 450$$

$$s_n = \frac{n}{2} \cdot (a_1 + a_n)$$

$$s_{450} = \frac{450}{2}(100 + 998) = 225 \cdot 1098 = 247050$$

e) Část střechy domu má tvar lichoběžníku a je ji třeba pokrýt taškami. Víme, že do řady u hřebenu se vejde 85 tašek, do spodní řady při okapu 102 tašek. Přitom tašky budou srovnány do řad tak, že v každé následující řadě bude o jednu tašku více než v řadě předchozí. Kolik je třeba koupit tašek?

Počty tašek v jednotlivých řadách tvoří první členy aritmetické posloupnosti s diferencí 1.

85, 86, 87, ..., 100, 101, 102

$$a_1 = 85, \quad a_n = 102$$

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$$

$$102 = 85 + (n-1) \cdot 1$$

$$17 = n - 1 \Rightarrow n = 18 \quad \dots \text{počet řad tašek}$$

$$s_n = \frac{n}{2} (a_1 + a_n)$$

$$s_{18} = \frac{18}{2} (85 + 102) = 1683$$

Na pokrytí střechy je třeba koupit 1683 tašek.

Pracovní list

Př.1) Rozhodni, která z čísel 71, 100 jsou členy aritmetické posloupnosti

$\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ v níž je $a_1 = -10$, $d = 4,5$.

Př.2) Teploty Země přibývá do hloubky přibližně o 1°C na 33 metrů. Jaká je teplota na dně dolů 1015 metrů hlubokého, je-li v hloubce 25 metrů teplota 9°C ?

Př.3) Vypiš prvních osm členů aritmetické posloupnosti $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$

a) $a_1 = 4, d = -1$

b) $a_1 = 0,5, d = 3$

c) $a_5 = 6, d = 2$

d) $a_5 = 7, d = 11$

Př.4) Určete součet prvních dvanácti členů aritmetické posloupnosti, pro kterou platí:

a) $a_1 = 6, a_{12} = 28$

b) $a_1 = 0, d = 1,5$

c) $a_1 = 2, a_8 = -19$

d) $a_4 = 7, a_8 = -1$

Př.5) Určete takové nejmenší číslo $n \in \mathbb{Z}^+$, pro něž je s_n v aritmetické posloupnosti $\{ 3n - 1 \}_{n=1}^{\infty}$ větší než 60.

Př.6) Oč je větší součet prvních 100 celých kladných čísel sudých než součet prvních 100 celých kladných čísel lichých?

Př.7) Určete součet prvních 100 celých kladných čísel, jejichž zbytek při dělení číslem 5 je roven 1.

Př.8) Vypočítejte součet všech dvojciferných celých kladných čísel.

Př.9) Ocelové roury se skládají do vrstev tak, že roury každé vrstvy horní zapadají do mezer vrstvy dolní. Do kolika vrstev se složí 90 rour, jsou-li v nejhornější vrstvě dvě roury ? Kolik rour je v nejspodnější vrstvě?

Př.10) Cvičenci stojí na značkách v řadách přesně 1,5 m od sebe vzdálených. Určete jejich počet, tvoří-li rozšiřující se trojúhelníkový klín, v němž je vzdálenost čelného cvičence od zadní řady 30m. Přitom v každé řadě je o jednoho cvičence více než v řadě předchozí.

Př.11) Strany pravoúhlého trojúhelníka tvoří tři po sobě jdoucí členy aritmetické posloupnosti. Jak jsou dlouhé, měří-li jeho obsah 6 dm^2 ?

Př.12) Kolik trojciferných čísel je dělitelných sedmi?

Př.13) Kolik trojciferných čísel je zakončených číslicí 6?

Př.14) Mezi čísla 4 a 37 vložte čísla tak, aby s danými čísly tvořila aritmetickou posloupnost o součtu 246. Určete počet vložených čísel a diferenci takto vytvořené aritmetické posloupnosti.

Př.15) a) V prodejně jsou sestaveny konzervy do devíti řad nad sebou. Počty konzerv v řadách tvoří po sobě jdoucí členy aritmetické posloupnosti. Ve třetí řadě shora jsou 4 konzervy, v šesté řadě shora je 7 konzerv. Určete počet konzerv ve všech řadách.

b) Kolik konzerv je třeba dát do spodní řady, chceme-li 117 konzerv uspořádat do devíti řad nad sebou tak, že v každé následující řadě je vždy o jednu konzervu méně.

Řešení příkladů:

Př.1) 71 je členem posloupnosti, $a_{19} = 71$, 100 není člen posloupnosti.

Př.2) V hloubce 1015m je 39°C.

Př.3)

a) 3 ; 2; 1; 0; -1; -2 ; -3

b) 0,5; 3,5 ; 6,5 ; 9,5 ; 12,5 ; 15,5 ; 18,5 ; 21,5

c) -2 ; 0 ; 2 ; 4 ; 6 ; 8 ; 10 ; 12

d) -37 ; -26 ; -15 ; -4 ; 7 ; 18 ; 28 ; 40

Př.4)

a) $s_{12} = 204$

b) $s_{12} = 99$

c) $S_{12} = -174$

d) $s_{12} = 24$

Př.5) $n = 7$

Př.6) Je větší o 100.

Př.7) Součet je 25 350.

Př.8) Součet je 4 905.

Př.9) Roury se složí do 12 vrstev a v nejspodnější vrstvě je 13 rour.

Př.10) Cvičenců je 300.

Př.11) Rozměry jsou 3, 4 ,5.

Př.12) $n = 128$, dělitelných sedmi je 128 trojciferných čísel.

Př.13) $n = 90$, čísel končících 6 je 90.

Př.14) Vložili jsme 10 čísel, $d=3$.

Př.15)

a) 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10

b) V spodní řadě jich bude 17.



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

ZDROJE:

BUŠEK, Ivan. *Řešené maturitní úlohy z matematiky.*

1. vydání, Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1985, 530 s.

Pomocné knihy pro žáky.

ODVÁRKO, Oldřich, Jana ŘEPOVÁ a Ladislav SKŘÍČEK.

Matematika pro střední odborné školy a studijní obory středních odborných učilišť 6. část. 1.vydání. Praha: SPN, 1985.

Učebnice pro střední školy.

VEJSADA, František, Vladimír POLESNÝ, František TALAFOUS a Karel ŠILHÁČEK. *Sbírka úloh z algebry pro I.-III. ročník.*

Vyd. 2. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1964, 257 s.

Pomocné knihy pro žáky (Státní pedagogické nakladatelství).