



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Číslo projektu	CZ.1.07/1.5.00/34.0394
Číslo materiálu	VY_42_Inovace_22_MA_1.16_ Mocniny – pracovní list
Název školy	Střední odborná škola a Střední odborné učiliště, Hustopeče, Masarykovo nám. 1
Autor	Mgr. Magda Černáková
Tematický celek	Matematika - ALGEBRA
Ročník	1.ročník
Datum tvorby	25.10.2013
Anotace	Prezentace určena pro první ročník maturitních oborů, ve které je stručné shrnutí učiva mocniny. Zopakuje si vzorce pro mocniny a jejich použití. Současně PL slouží k přípravě k MZ.
Očekávaný výstup	Žák si zopakuje vzorce pro mocniny a jejich použití.
Druh učebního materiálu	Jednotlivé snímky lze použít jako studijní materiál.
Pokud není uvedeno jinak, uvedený materiál je z vlastních zdrojů autora	

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdots a}_{n \text{ -činitelů}}$$

$$a, b \neq 0, \quad r, s, n \in \mathbb{Z}^+$$

$$a^0 = 1$$

$$a^r \cdot a^s = a^{r+s}$$

$$a^r : a^s = a^{r-s}$$

$$(a^r)^s = a^{r \cdot s}$$

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$a, b \neq 0, \quad m \in \mathbb{Z}^-, \quad n \in \mathbb{R}$$

$$a^m = \left(\frac{1}{a}\right)^{-m}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{b}{a}\right)^{-n}$$

Vzorový příklad :

$$a) \frac{a^3 \cdot b^3 \cdot a^4 \cdot b^5}{a \cdot b^4 \cdot a^4 \cdot b^2} \cdot \frac{1}{a^2 \cdot b^2}$$

$$\frac{a^3 \cdot b^3 \cdot a^4 \cdot b^5}{a \cdot b^4 \cdot a^4 \cdot b^2} \cdot \frac{1}{a^2 \cdot b^2} = \frac{a^7 \cdot b^8}{a^5 \cdot b^6} \cdot \frac{1}{a^2 \cdot b^2} = \frac{a^2 \cdot b^2}{1} \cdot \frac{1}{a^2 \cdot b^2} = 1$$

$$b) \frac{a^3(-a)^4}{a(-a)^5} \div \frac{(-a)^6}{a^2(-a)^3}$$

$$\begin{aligned} \frac{a^3(-a)^4}{a(-a)^5} \div \frac{(-a)^6}{a^2(-a)^3} &= \frac{a^2}{(-a)} \div \frac{(-a)^3}{a^2} = \frac{a^2}{(-a)} \cdot \frac{a^2}{(-a)^3} = \frac{a^4}{(-a)^4} = \\ &= \frac{a^4}{a^4} = 1 \end{aligned}$$

$$c) \frac{3^{-1} \cdot 2^5 \cdot 9^{-4} \cdot 6^8}{3^7 \cdot 2^{-4} \cdot 4^3}$$

$$\frac{3^{-1} \cdot 2^5 \cdot 9^{-4} \cdot 6^8}{3^7 \cdot 2^{-4} \cdot 4^3} = \frac{2^5 \cdot 6^8 \cdot 2^4}{3^1 \cdot 3^7 \cdot 9^4 \cdot 4^3} = \frac{2^5 \cdot (2 \cdot 3)^8 \cdot 2^4}{3^1 \cdot 3^7 \cdot (3^2)^4 \cdot (2^2)^3} = \frac{2^9 \cdot 2^8 \cdot 3^8}{3^8 \cdot 3^8 \cdot 2^6} = \frac{2^{17}}{3^8 \cdot 2^6} = \frac{2^{11}}{3^8}$$

$$d) \left[\left(\frac{a^2 b^{-5}}{c^3} \cdot \frac{d^{-1}}{c} \right)^{-5} \right]^2$$

$$\left[\left(\frac{a^2 b^{-5}}{c^3} \cdot \frac{d^{-1}}{c} \right)^{-5} \right]^2 = \left[\left(\frac{a^2}{c^3 b^5} \cdot \frac{1}{cd^1} \right)^{-5} \right]^2 = \left[\left(\frac{c^3 b^5}{a^2} \cdot \frac{cd^1}{1} \right)^5 \right]^2 = \left(\frac{b^5 c^4 d^1}{a^2} \right)^{10} = \frac{b^{50} c^{40} d^{10}}{a^{20}}$$

Pracovní list :

Př.1)

$$a) \frac{15^{13} \cdot 5^{-2}}{3^2 \cdot 25^5}$$

$$b) \frac{39^2 \cdot 13^{-3}}{6^3 \cdot 2^{-2}}$$

$$c) \frac{21^5 \cdot 6^{-3}}{49^2 \cdot 14^{-1}}$$

$$d) \frac{9^{-3} \cdot 45^2 \cdot 6^{-2}}{4^{-3} \cdot 5}$$

$$e) \frac{33^{-3} \cdot 11^2 \cdot 3^5}{11^{-1} \cdot 12 \cdot 6^{-2}}$$

Př.2)

$$a) \left(\frac{-2c}{d} \right)^2 \left(\frac{-2d}{c} \right)^3 \left(\frac{c}{2} \right)^4$$

$$b) \left[16a^4 \left(\frac{1}{a^2} \right)^3 \left(\frac{a}{2} \right)^4 \right]^3$$

$$c) \left(\frac{a^2 x^3}{a^3 x^2} \right)^4 \left(\frac{a}{x} \right)^5$$

$$d) \frac{\left[3(z^2)^3 y^2 \right]^2}{(3zy)^4}$$

$$e) \frac{2^5 (2b^3 x^3)^2}{2(2bx^2)^3}$$

$$f) \frac{(2a^2 b^3)^4 (3b^2 c)^3 (25c^2 a^3)^2}{(6a^3 c)^3 (10ab^4)^4}$$

Př.3)

$$a) \frac{(2a^3b^2)^4}{12} : \frac{(2a^2b^5 \cdot 3a^4b^2)^2}{(3a^2b^4)^3}$$

$$b) \left(\frac{a^2}{b^3}\right)^n \left(\frac{c^2}{d^3}\right)^n \left(\frac{b^2d^3}{ac^2}\right)^n, n \in N$$

$$c) \left[\frac{(x-5)^2}{x-2}\right]^k \left[\frac{x^2-4}{x-5}\right]^k, k \in N$$

$$d) \frac{\left(1 - \frac{a-b}{a}\right)^x}{\left(1 + \frac{a-b}{b}\right)^x}, x \in N$$

$$e) \frac{(a-b)^{x+y+1}(a+b)^{x+y+1}}{(a^2-b^2)^{x+y}}, x, y \in N$$

$$f) \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} - 2\right) : \frac{(a-b)^3}{(ab)^2}$$

Př.4) Rozložte na součin :

$$a) xa^{2n} + ya^{2n}, n \in N$$

$$b) a^{x+1} + a, x \in N$$

$$c) 4^{x+1} - 4^x, x \in N$$

$$d) 4^x - 1, x \in N$$

$$e) a^{2n+1} - a, n \in N$$

$$f) a^{n+2} - a^n b^2, n \in N$$

$$g) x^{n+3} - x^n y^3, n \in N$$

$$h) x^{3n+3} y^3 - x^3 y^{3n+3}, n \in N$$

$$i) a^{3n} + a^{2n} - a^n - 1, n \in N$$

Řešení příkladů :

Př.1)

a) $5 \cdot 13^{11}$

b) $\frac{1}{78}$

c) $\frac{3^2 \cdot 7^2}{2^2}$

d) $\frac{5 \cdot 2^4}{3^4}$

e) 3^3

Př.2)

a) $-2c^3d, \quad c, d \neq 0$

b) $a^6, \quad a \neq 0$

c) $\frac{a}{x}, \quad a, x \neq 0$

d) $\frac{z^8}{9}, \quad y, z \neq 0$

e) $8b^3, \quad b, x \neq 0$

f) $\frac{ab^2c^4}{8}, \quad a, b, c \neq 0$

Pr.3)

a) $(ab)^6, a, b \neq 0$

b) $\left(\frac{a}{b}\right)^n, a, b, c, d \neq 0$

c) $(x-5)^k(x+2)^k, x \neq 2, x \neq 5$

d) $\left(\frac{a}{b}\right)^{2x}, a, b \neq 0$

e) $(a+b)(a-b), a \neq \pm b$

f) $\frac{ab}{a-b}, a, b \neq 0, a \neq b$

Př.4)

a) $a^{2n}(x+y)$

b) $a(a^x + 1)$

c) $3 \cdot 4^x$

d) $2^{2x} - 1 = (2^x + 1)(2^x - 1)$

e) $a(a^{2n} - 1) = a(a^n + 1)(a^n - 1)$

f) $a^n(a+b)(a-b)$

g) $x^n(x^3 - y^3) = x^n(x-y)(x^2 + xy + y^2)$

h) $x^3 y^3 (x^{3n} - y^{3n}) = x^3 y^3 (x^n - y^n)(x^{2n} + x^n y^n + y^{2n})$

i) $(a^n + 1)(a^{2n} - 1) = (a^n + 1)(a^n + 1)(a^n - 1) = (a^n + 1)^2 (a^n - 1)$



Zdroje :

VEJSADA, František, Vladimír POLESNÝ, František TALAFIOUS a Karel ŠILHÁČEK. *Sbírka úloh z algebry pro I.-III. ročník*. Vyd. 2. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1964, 257 s. Pomocné knihy pro žáky (Státní pedagogické nakladatelství).

ODVÁRKO, Oldřich, Jana ŘEPOVÁ a Ladislav SKŘÍČEK. *Matematika pro střední odborné školy a studijní obory středních odborných učilišť 2. část*. 1. vydání. Praha: SPN, 1984. Učebnice pro střední školy.