



## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Číslo projektu	CZ.1.07/1.5.00/34.0394
Číslo materiálu	VY_42_Inovace_26_MA_1.13_ Exponenciální rovnice– pracovní list
Název školy	Střední odborná škola a Střední odborné učiliště, Hustopeče, Masarykovo nám. 1
Autor	Mgr. Magda Černáková
Tematický celek	Matematika - ALGEBRA
Ročník	2.ročník
Datum tvorby	27.09.2013
Anotace	Prezentace určena pro druhý ročník maturitních oborů, ve které je stručné shrnutí učiva exponenciální rovnice. Zopakuje jednotlivé druhy exponenciálních rovnic a jejich řešení. Současně PL slouží k přípravě k MZ.
Očekávaný výstup	Žák si zopakuje jednotlivé druhy exponenciálních rovnic a jejich řešení.
Druh učebního materiálu	Jednotlivé snímky lze použít jako studijní materiál.
Pokud není uvedeno jinak, uvedený materiál je z vlastních zdrojů autora	

Vzorový příklad :

$$a) 4^{3x-2} = 256$$

*Zkouška :*

$$(2^2)^{3x-2} = 2^8$$

$$L = 4^{3 \cdot 2 - 2} = 4^4 = 256$$

$$2^{6x-4} = 2^8$$

$$P = 256$$

$$6x - 4 = 8 \quad / + 4$$

$$L = P$$

$$6x = 12 \quad / : 6$$

$$x = 2$$

$$K = \{2\}$$

$$b) 27^{5x-6} \cdot 81^{2x+3} = 9^{4x-2} \cdot 3^{7x-2}$$

$$(3^3)^{5x-6} \cdot (3^4)^{2x+3} = (3^2)^{4x-2} \cdot 3^{7x-2}$$

$$3^{15x-18} \cdot 3^{8x+12} = 3^{8x-4} \cdot 3^{7x-2}$$

$$3^{(15x-18)+(8x+12)} = 3^{(8x-4)+(7x-2)}$$

$$3^{23x-6} = 3^{15x-6}$$

$$23x - 6 = 15x - 6 \quad /+6-15x$$

$$8x = 0 \quad /:8$$

$$x = 0, K = \{0\}$$

*Zkouška:*

$$L = 27^{5 \cdot 0 - 6} \cdot 81^{2 \cdot 0 + 3} = 27^{-6} \cdot 81^3 =$$

$$= \frac{1}{27^6} \cdot (3^4)^3 = \frac{1}{(3^3)^6} \cdot 3^{12} = \frac{3^{12}}{3^{18}} =$$

$$= \frac{1}{3^6} = 3^{-6}$$

$$P = 9^{4 \cdot 0 - 2} \cdot 3^{7 \cdot 0 - 2} = 9^{-2} \cdot 3^{-2} =$$

$$= \frac{1}{9^2} \cdot \frac{1}{3^2} = \frac{1}{(3^2)^2} \cdot \frac{1}{3^2} =$$

$$= \frac{1}{3^4} \cdot \frac{1}{3^2} = \frac{1}{3^6} = 3^{-6}$$

$$L = P$$

$$c) 4 \cdot 3^{x+1} - 72 = 3^{x+2} + 3^{x-1}$$

*Zkouška :*

$$4 \cdot 3^x \cdot 3 - 72 = 3^x \cdot 3^2 + 3^x \cdot 3^{-1}$$

$$L = 4 \cdot 3^{3+1} - 72 = 4 \cdot 3^4 - 72 =$$

*substituce :*  $3^x = a$

$$= 324 - 72 = 252$$

$$4 \cdot a \cdot 3 - 72 = a \cdot 3^2 + a \cdot 3^{-1}$$

$$P = 3^{3+2} + 3^{3-1} = 3^5 + 3^2 =$$

$$12a - 72 = 9a + \frac{a}{3} \quad / \cdot 3$$

$$= 243 + 9 = 252, \quad L = P$$

$$36a - 216 = 27a + a \quad / - 27a - a + 216$$

$$8a = 216 \quad / : 8$$

$$a = 27$$

*dosadíme do substituce :*

$$3^x = 27$$

$$3^x = 3^3$$

$$x = 3$$

$$K = \{3\}$$

$$d) 3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2} = 5^x + 5^{x+1} + 5^{x+2}$$

$$3^x \cdot (1 + 3^1 + 3^2) = 5^x \cdot (1 + 5^1 + 5^2)$$

$$3^x \cdot 13 = 5^x \cdot 31 \quad / : 5^x : 13$$

$$\frac{3^x}{5^x} = \frac{31}{13}$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^x = \frac{31}{13}$$

$$\log\left(\frac{3}{5}\right)^x = \log\frac{31}{13}$$

$$x \cdot \log\frac{3}{5} = \log\frac{31}{13}$$

$$x = \log\frac{31}{13} : \log\frac{3}{5}$$

$$x = \frac{0,37741834}{-0,22184875}$$

$$x = (-1,701), \quad K = \{-1,701\}$$

*Zkouška :*

$$L = 3^{-1,701} + 3^{-1,701+1} + 3^{-1,701+2} = 2,006$$

$$P = 5^{-1,701} + 5^{-1,701+1} + 5^{-1,701+2} = 2,006$$

$$L = P$$



Pracovní list:

*Př.1)*

$$a) 8^x = 512$$

$$b) 6^x = 1296$$

$$c) 9^x = 6561$$

$$d) 10^x = 1000000$$

$$e) 2^x = \frac{1}{16}$$

$$f) 4^x = \frac{1}{64}$$

$$g) 5^x = \frac{1}{625}$$

$$h) 10^x = 0,0001$$

*Př.2)*

$$a) \left(\frac{1}{7}\right)^x = \frac{1}{343}$$

$$b) 0,1^x = 0,0001$$

$$c) 0,1^x = 1000^2$$

$$d) 2^{3x} = 16$$

$$e) 4^{2x} = 16$$

$$f) 5^{x+2} = 5^9$$

$$g) 5^{6x-2} = 5^{4x+6}$$

$$h) a^{3x+2} = a^8$$

$$i) (-2)^x = 64$$

Př.3)

$$a) \left(\frac{3}{4}\right)^x = \frac{81}{256}$$

$$b) 2^{-x} = \frac{1}{8}$$

$$c) \left(\frac{3}{5}\right)^x = \left(1\frac{2}{3}\right)^3$$

$$d) \left(\frac{5}{21}\right)^x = \frac{21}{5}$$

$$e) 100^{2x} = 0,0001$$

$$f) \left(\frac{4}{9}\right)^x = \left(\frac{3}{2}\right)^8$$

$$g) 125^{-2x} = \frac{1}{625}$$

$$h) \left(1 - \frac{5}{9}\right)^{\frac{2}{3-2x}} = \left(\frac{9}{4}\right)^{\frac{3}{x-5}}$$

Př.4)

$$a) x+2\sqrt[2]{27} = x+1\sqrt[1]{9}$$

$$b) x+\frac{1}{2}\sqrt[2]{729} = x-\frac{1}{2}\sqrt[2]{9}$$

$$c) \sqrt[3]{2^{2x-3}} = \sqrt[7]{0,5^{3-x}}$$

$$d) \sqrt[5]{x-3}\sqrt[3]{2} = \sqrt{-x}\sqrt[1]{\frac{1}{2}}$$

$$e) 2x-3\sqrt[4]{\frac{4}{11}} = x+5\sqrt[2]{2\frac{3}{4}}$$

*Př.5)*

$$a) 2^{3x+1} \cdot 2^{2x+3} = 2^{5x+1} \cdot 2^{x+2}$$

$$b) 8^{5x-3} : 8^{2x-1} = 8^{3x+2} : 8^{4x-4}$$

$$c) 2^{3x} \cdot 4^{3x-3} = 8^{2x+1}$$

$$d) \sqrt[x]{3^{x+3}} \cdot \sqrt[x]{3^{x-3}} = 27$$

$$e) (0,25)^{2-x} = \frac{256}{2^{x+3}}$$

$$f) 2^{x+2} - 2^x = 96$$

$$g) 3^{x+2} + 3^{x-2} = 82$$

$$h) 3^{2x-1} + 3^{2x-2} - 3^{2x-4} = 315$$

$$i) 2^{x-1} + 2^{x-2} + 2^{x-3} = 448$$

$$j) 0,6^x + \left(\frac{3}{5}\right)^{x-1} = \frac{40}{9}$$

*Př.6)*

$$a) 10^{5-3x} = 2^{7-2x}$$

$$b) 2^x = 100$$

$$c) 2^{-x} = 1,8$$

$$d) 2^{\frac{1}{x}} = 2,8$$

$$e) 2^{-\frac{1}{x}} = 2,8$$

$$f) \sqrt[x]{2,35} = 1000$$

$$g) 4^{x+4} = 1000$$

$$h) 3^{5x} = 5^{3x}$$

$$i) \sqrt[3x]{15,2} = \sqrt{\frac{725}{233}}$$



*Př.7)*

$$a) \sqrt[x]{81} + \frac{27}{\sqrt[x]{81}} = 12$$

$$b) 3^{x+2} - 3^{x-1} = 702$$

$$c) 2^x \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^{1-x} + 2^{1-x} \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^x = 1$$

$$d) 6^{1+x} + \frac{6}{6^x} = 13$$

$$e) \frac{2^x \cdot 3^{x+3}}{6^{7-x} \cdot 8^{x-4}} = 9^{x-2}$$

## Řešení příkladů:

*Př.1)*

a)  $K = \{3\}$

b)  $K = \{4\}$

c)  $K = \{4\}$

d)  $K = \{6\}$

e)  $K = \{-4\}$

f)  $K = \{-3\}$

g)  $K = \{-4\}$

h)  $K = \{-4\}$

*Př.2)*

a)  $K = \{3\}$

b)  $K = \{4\}$

c)  $K = \{-6\}$

d)  $K = \left\{ \begin{array}{c} 4 \\ 3 \end{array} \right\}$

e)  $K = \{1\}$

f)  $K = \{7\}$

g)  $K = \{4\}$

h)  $K = \{2\}$

i)  $K = \{6\}$

*Př.3)*

a)  $K = \{4\}$

b)  $K = \{3\}$

c)  $K = \{-3\}$

d)  $K = \{-1\}$

e)  $K = \{-1\}$

f)  $K = \{-4\}$

g)  $K = \left\{ \begin{array}{c} 2 \\ \frac{2}{3} \end{array} \right\}$

h) *pro*  $x \neq 5, x \neq \frac{3}{2}, K = \left\{ -\frac{1}{4} \right\}$

*Př.4)*

a) *pro*  $x \neq -1, x \neq -2, K = \{1\}$

b) *pro*  $x \neq \pm \frac{1}{2}, K = \{1\}$

c)  $K = \left\{ \begin{array}{c} 5 \\ \frac{5}{4} \end{array} \right\}$

d) *pro*  $x \neq 3, x \neq 0, K = \{5\}$

e) *pro*  $x \neq -5, x \neq \frac{3}{2}, K = \left\{ -\frac{2}{3} \right\}$

*Př.5)*

a)  $K = \{1\}$

b)  $K = \{2\}$

c)  $K = \{3\}$

d)  $x \neq 0, K = \emptyset$

e)  $K = \{3\}$

f)  $K = \{5\}$

g)  $K = \{2\}$

h)  $K = \{3\}$

i)  $K = \{9\}$

j)  $K = \{-1\}$

*Př.6)*

a)  $K = \{1,206365\}$

b)  $K = \{6,643856\}$

c)  $K = \{-0,847997\}$

d)  $K = \{0,673\}$

e)  $K = \{-0,673\}$

f)  $K = \{0,123689\}$

g)  $K = \{0,983\}$

h)  $K = \{0\}$

i)  $K = \{1,598\}$

*Př.7)*

$$a) K = \{2,4\}$$

$$b) K = \left\{1,129, \frac{1}{4}\right\}$$

$$c) K = \left\{\frac{1}{2}\right\}$$

$$d) K = \{\pm 0,22629\}$$

$$e) K = \{5\}$$





INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Zdroje :

VEJSADA, František, Vladimír POLESNÝ, František TALAFOUS a Karel ŠILHÁČEK. *Sbírka úloh z algebry pro I.-III. ročník*. Vyd. 2. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1964, 257 s. Pomocné knihy pro žáky (Státní pedagogické nakladatelství).

BUŠEK, Ivan. *Řešené maturitní úlohy z matematiky*. 1. vyd. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1985, 530 s. Pomocné knihy pro žáky.