



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Číslo projektu	CZ.1.07/1.5.00/34.0394
Číslo materiálu	VY_42_Inovace_27_MA_1.14_Logaritmické rovnice– pracovní list
Název školy	Střední odborná škola a Střední odborné učiliště, Hustopeče, Masarykovo nám. 1
Autor	Mgr. Magda Černáková
Tematický celek	Matematika - ALGEBRA
Ročník	2.ročník
Datum tvorby	30.09.2013
Anotace	Prezentace určena pro druhý ročník maturitních oborů, ve které je stručné shrnutí učiva logaritmické rovnice. Zopakuje jednotlivé druhy logaritmických rovnic a jejich řešení. Současně PL slouží k přípravě k MZ.
Očekávaný výstup	Žák si zopakuje jednotlivé druhy logaritmických rovnic a jejich řešení.
Druh učebního materiálu	Jednotlivé snímky lze použít jako studijní materiál.
Pokud není uvedeno jinak, uvedený materiál je z vlastních zdrojů autora	

Vzorový příklad :

$$a) 3\log x + \log x^4 - \log \sqrt[3]{x} = 5$$

$$\log x^3 + \log x^4 - \log x^{\frac{1}{3}} = \log 10^5$$

$$\log \frac{x^3 \cdot x^4}{x^{\frac{1}{3}}} = \log 10^5$$

$$\frac{x^7}{x^{\frac{1}{3}}} = 10^5$$

$$x^{7-\frac{1}{3}} = 10^5$$

$$x^{\frac{20}{3}} = 10^5$$

$$x = 10^{5 \cdot \frac{3}{20}}$$

$$x = 10^{\frac{3}{4}}$$

Zkouška :

$$L = 3\log 10^{\frac{3}{4}} + \log \left(10^{\frac{3}{4}} \right)^4 - \log \sqrt[3]{10^{\frac{3}{4}}} =$$

$$= 3 \cdot \frac{3}{4} + 4 \cdot \frac{3}{4} - \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{9+12-1}{4} =$$

$$= \frac{20}{4} = 5$$

$$P = 5, \quad L = P$$

$$b) \frac{2 + \log x}{\log x} - \frac{1}{2 - \log x} = 1$$

Zkouška :

$$\text{substitute : } \log x = a$$

$$\frac{2 + a}{a} - \frac{1}{2 - a} = 1$$

$$(2 + a) \cdot (2 - a) - a = a \cdot (2 - a)$$

$$4 - a^2 - a = 2a - a^2$$

$$4 - a^2 - a - 2a + a^2 = 0$$

$$4 - 3a = 0$$

$$3a = 4 \quad \Rightarrow a = \frac{4}{3}$$

$$\log x = \frac{4}{3}$$

$$\log x = \log 10^{\frac{4}{3}} \quad \Rightarrow x = 10^{\frac{4}{3}}$$

$$\begin{aligned} L &= \frac{2 + \log 10^{\frac{4}{3}}}{\log 10^{\frac{4}{3}}} - \frac{1}{2 - \log 10^{\frac{4}{3}}} = \frac{2 + \frac{4}{3}}{\frac{4}{3}} - \frac{1}{2 - \frac{4}{3}} \\ &= \frac{10}{3} \cdot \frac{3}{4} - 1 \cdot \frac{3}{2} = \frac{5}{2} - \frac{3}{2} = \frac{2}{2} = 1 \end{aligned}$$

$$P = 1, \quad L = P$$

$$c) 100^{\log(x+20)} = 10000$$

$$\log 100^{\log(x+20)} = \log 10000$$

$$\log(x+20) \cdot \log 100 = \log 10000$$

$$\log(x+20) = \frac{\log 10000}{\log 100}$$

$$\log(x+20) = \frac{4}{2}$$

$$\log(x+20) = 2$$

$$\log(x+20) = \log 10^2$$

$$x+20 = 100$$

$$x = 80$$

Zkouška :

$$\begin{aligned} L &= 100^{\log(80+20)} = 100^{\log 100} = \\ &= 100^2 = 10000 \end{aligned}$$

$$P = 10000, \quad L = P$$

$$d) 8^{2-\log x} = 0,125$$

$$\log_8 8^{2-\log x} = \log_8 0,125$$

$$(2 - \log x) \cdot \log_8 8 = \log_8 \frac{1}{8}$$

$$(2 - \log x) \cdot 1 = \log_8 8^{-1}$$

$$2 - \log x = -1$$

$$-\log x = -3$$

$$\log x = 3$$

$$\log x = \log 10^3 \quad \Rightarrow x = 10^3$$

Zkouška :

$$L = 8^{2-\log 10^3} = 8^{2-3} = 8^{-1} = 0,125$$

$$P = 0,125, \quad L = P$$

$$e) \log 218 = \log(36^x + 2688) - \log 48$$

$$\log 218 + \log 48 = \log(36^x + 2688)$$

$$\log 10464 = \log(36^x + 2688)$$

$$10464 = 36^x + 2688$$

$$36^x = 7776$$

$$\log_6 36^x = \log_6 7776$$

$$x \cdot \log_6 36 = 5$$

$$x \cdot 2 = 5 \quad \Rightarrow x = \frac{5}{2}$$

Zkouška :

$$L = \log 218$$

$$\begin{aligned} P &= \log \left(36^{\frac{5}{2}} + 2688 \right) - \log 48 = \\ &= \log \left(\sqrt{36^5} + 2688 \right) - \log 48 = \\ &= \log(7776 + 2688) - \log 48 = \\ &= \log 10464 - \log 48 = \\ &= \log \frac{10464}{48} = \log 218 \end{aligned}$$

$$L = P$$

Pracovní list: *Př.1)*

$$a) \log x^3 - \log x^4 + \log x^5 = 8$$

$$b) \log x^3 + \frac{1}{2} \log x^2 + 7 \log x^4 + 64 = 0$$

$$c) 4 \log x = 3 \log 16$$

$$d) 2 \log x = -3 \log 25$$

$$e) \frac{3}{5} \log \sqrt[3]{x^4} - \frac{5}{2} \log \frac{1}{x} = 11$$

$$f) \frac{1}{2} \log \frac{x^7}{100} + \log \frac{100}{x^2} - \log x = 0$$

$$g) \log 15x^2 + \log \frac{3}{5} x = \log 81^2$$

Př.2)

a) $4\log x^3 - \log x^2 = 5\log 36$

b) $7\log x^4 - 5\log x^3 - 2\log x^5 = \log 27$

c) $\log(4x+6) - \log(2x-1) = 1$

d) $\log(x+1) + \log(x-1) - \log x = \log(x+2)$

e) $2 + \log 5x = \log(6x+7) + \log 25$

f) $\log(2x+9) - 2\log x + \log(x-4) = 2 - \log 50$

g) $\frac{\log x}{1 - \log 2} = 2$

h) $\frac{\log(x^2 + 7)}{\log(x+7)} = 2$

Př.3)

$$a) 2 \cdot \log_7(x-1) = 0,5 \cdot (\log_7 x^5 - \log_7 x)$$

$$b) \log_5(4-3x) = 0$$

$$c) \log_9(x^2 - 1) = 1$$

$$d) \log_7(x+3) - \log_7(x+1) = \log_7(x-3)$$

$$e) \log_2(x+2) + \log_2(x+14) = 6$$

Př.4)

$$a) (\log x)^2 + 2 \log x - 3 = 0$$

$$b) (\log_3 x)^2 - 3 \log_3 x - 10 = 0$$

$$c) (\log_5 x)^2 - 2 \log_5 x = -1$$

Pr.5)

$$a) \ x^{\log x} = \sqrt[4]{10}$$

$$b) \ x^{\log \sqrt[3]{x}} = 1000$$

$$c) \ 3^{\log 10x} = 81$$

$$d) \ 3^{2\log x} = 729$$

$$e) \ 15^{2\log x} = 3375$$

$$f) \ 32^{\log x} = 8192$$

Řešení příkladů:

Př.1)

a) $K = \{100\}$

b) $K = \{10^{-2}\}$

c) $K = \{8\}$

d) $K = \{5^{-3}\}$

e) $K = \left\{10^{\frac{110}{33}}\right\}$

f) $K = \{10^{-2}\}$

g) $K = \{9\}$

Př.2)

a) $K = \{6\}$

b) $K = \{3\}$

c) *pro* $x \neq \frac{1}{2}$, $K = \{1\}$

d) $K = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$

e) $K = \left\{\frac{1}{2}\right\}$

f) $K = \{36\}$

g) $K = \{25\}$

h) $K = \{-3\}$

Př.3)

a) $K = \emptyset$

b) $K = \{1\}$

c) $K = \{\sqrt{10}\}$

d) $K = \left\{ \frac{3 \pm \sqrt{33}}{2} \right\}$

e) $K = \{2\}$

Př.4)

a) $K = \left\{ 10, \frac{1}{1000} \right\}$

b) $K = \left\{ 3^5, \frac{1}{9} \right\}$

c) $K = \{5\}$

Př.5)

$$a) \ K = \left\{ \sqrt{10}, \frac{1}{\sqrt{10}} \right\}$$

$$b) \ K = \left\{ 1000, \frac{1}{1000} \right\}$$

$$c) \ K = \{1000\}$$

$$d) \ K = \{1000\}$$

$$e) \ K = \left\{ 10^{\frac{3}{2}} \right\}$$

$$f) \ K = \left\{ 10^{\frac{13}{5}} \right\}$$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Zdroje :

VEJSADA, František, Vladimír POLESNÝ, František TALAFOUS a Karel ŠILHÁČEK. *Sbírka úloh z algebry pro I.-III. ročník*. Vyd. 2. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1964, 257 s. Pomocné knihy pro žáky (Státní pedagogické nakladatelství).

ODVÁRKO, Oldřich, Jana ŘEPOVÁ a Ladislav SKŘÍČEK. *Matematika pro střední odborné školy a studijní obory středních odborných učilišť 3. část*. 1. vydání. Praha: SPN, 1985. Učebnice pro střední školy.