



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Číslo projektu	CZ.1.07/1.5.00/34.0394
Číslo materiálu	VY_42_Inovace_28_MA_1.18_Mocniny se záporným a lomeným exponentem – pracovní list
Název školy	Střední odborná škola a Střední odborné učiliště, Hustopeče, Masarykovo nám. 1
Autor	Mgr. Magda Černáková
Tematický celek	Matematika - ALGEBRA
Ročník	1.ročník
Datum tvorby	11.10.2013
Anotace	Prezentace určena pro první ročník maturitních oborů, ve které je stručné shrnutí učiva mocnin se záporným a lomeným mocnitelem. Zopakuje jednotlivé vzorce na počítání mocnin. Současně PL slouží k přípravě k MZ.
Očekávaný výstup	Žák si zopakuje jednotlivé druhy vzorce na počítání mocnin a jejich využití při řešení mocnin se záporným a lomeným exponentem.
Druh učebního materiálu	Jednotlivé snímky lze použít jako studijní materiál.
Pokud není uvedeno jinak, uvedený materiál je z vlastních zdrojů autora	

Vzorový příklad :

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = \sqrt[k \cdot n]{a^{k \cdot m}} = \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

$$a) a^2 \cdot a^{\frac{3}{5}} \cdot a^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{30+9+5}{15}} = a^{\frac{44}{15}}$$

$$b) \frac{\left(x^{\frac{1}{2}} y^{\frac{2}{3}}\right)^{-3}}{\left(x^3 y^{-1}\right)^{-\frac{1}{2}}} = \frac{x^{-\frac{3}{2}} y^{-2}}{x^{-\frac{3}{2}} y^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{y^2 \sqrt{y}} = \frac{1}{y^2 \sqrt{y}} \cdot \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{y}} = \frac{\sqrt{y}}{y^2 y} = \frac{\sqrt{y}}{y^3}, \quad x, y > 0$$

$$c) \sqrt[3]{a^{-\frac{1}{2}} b^{-1}} \cdot a^{\frac{5}{6}} \cdot b^{\frac{1}{2}} \sqrt{a^{-1} b^{\frac{2}{3}}} = \left(a^{-\frac{1}{2}} b^{-1}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot a^{\frac{5}{6}} \cdot b^{\frac{1}{2}} \cdot \left(a^{-1} b^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} =$$

$$= a^{\frac{-1}{6}} \cdot b^{-\frac{1}{3}} \cdot a^{\frac{5}{6}} \cdot b^{\frac{1}{2}} \cdot a^{-\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{-1+5-3}{6}} \cdot b^{\frac{-1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2}} = a^{\frac{1}{6}} \cdot b^{\frac{1}{2}} = \sqrt[6]{a} \cdot \sqrt{b}, \quad a, b > 0$$

$$d) \left[\frac{(x-1)^{-1}}{x^{-3}} - (1-x)^{-1} \right] \cdot \frac{x^0 + x(x-2)}{x^2 - x + 1} \cdot \left[\frac{1}{(x+1)^{-2}} \right]^{\frac{1}{2}} = \left[\frac{x^3}{x-1} - \frac{1}{1-x} \right] \cdot \frac{1+x^2-2x}{x^2-x+1} \cdot \left[\frac{(x+1)^2}{1} \right]^{\frac{1}{2}} =$$

$$= \left[\frac{x^3}{x-1} + \frac{1}{x-1} \right] \cdot \frac{(x-1)^2}{x^2-x+1} \cdot \left[\frac{1}{(x+1)^2} \right]^{\frac{1}{2}} = \frac{x^3+1}{x-1} \cdot \frac{(x-1)^2}{x^2-x+1} \cdot \frac{1}{x+1} =$$

$$= \frac{(x+1) \cdot (x^2-x+1)}{x-1} \cdot \frac{(x-1)^2}{x^2-x+1} \cdot \frac{1}{x+1} = x-1, \quad x > 0, \quad x \neq \pm 1$$

Pracovní list :

Př.1)

$$a) \left(x^2 \sqrt{y^3} \cdot \sqrt{x^6 y^5} \right)^{\frac{1}{5}}, \quad x, y > 0$$

$$b) \frac{\sqrt[6]{y^4} \cdot \sqrt[3]{y^{-2}}}{\sqrt[5]{y^3}}, \quad y > 0$$

$$c) \frac{\sqrt[12]{x^5} \cdot y^{\frac{5}{6}} \cdot y^{-\frac{1}{2}}}{x^{-\frac{3}{4}} \cdot \sqrt[3]{x^2 y}}, \quad x, y > 0$$

$$d) \frac{\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[4]{a^3} \cdot \sqrt[6]{a^5}}{\sqrt[12]{a^5}}, \quad a > 0$$

$$e) \frac{\sqrt[6]{a^5} \cdot \sqrt{b} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{b}}}{\sqrt[6]{ab}}, \quad a, b > 0$$

$$f) \frac{\sqrt[3]{a\sqrt{a}}}{\sqrt{a\sqrt[3]{a}}}, \quad a > 0$$

Př.2)

$$a) \frac{\sqrt{a^{1-x}} \cdot \sqrt[3]{a^{1+x}}}{\sqrt[6]{a^{5x-1}}}, \quad a > 0$$

$$b) \left(\sqrt[12]{\frac{a^4 x^2}{c}} : \sqrt[8]{\frac{a^3 x^5}{c^6}} \right) : \sqrt[6]{\frac{c^5}{ax^3}}, \quad a, c, x > 0$$

$$c) \left(\sqrt[4]{\frac{x^{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{x}}{\sqrt[3]{x\sqrt{x}}}} \right)^{-\frac{1}{2}}, \quad x > 0$$

$$d) \sqrt[6]{\left(\frac{x \cdot \sqrt{x}}{x^{\frac{2}{3}} \cdot x^{\frac{1}{2}}} \right)^{-1}}, \quad x > 0$$

$$e) \frac{\left(x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[3]{x^2} \right)^{-6}}{\sqrt[3]{x^2} \cdot x^{-\frac{5}{3}}}, \quad x > 0$$

$$f) \frac{\left(a^{\frac{1}{3}} \cdot b^{-\frac{2}{3}} \right)^{-2}}{\left(\sqrt{b} \cdot a^{\frac{2}{3}} \right)^6}, \quad a, b > 0$$

Př.3)

$$a) \sqrt[5]{a^{-3}} \sqrt{a^3} \cdot \sqrt{a^{-3} b^2} \cdot \sqrt{ab}, \quad a, b > 0$$

$$b) 8a^{-\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{y^{-\frac{1}{3}} \cdot a \cdot \sqrt{y^{\frac{4}{3}}}} \cdot \sqrt{a \cdot \sqrt[3]{y}}, \quad a, y > 0$$

$$c) \left(-\sqrt[3]{x^{0,4}}\right)^5 + \left(-2\sqrt[5]{x^{0,1}}\right)^4 - x^{-1} \cdot \left(\frac{-3x^{\frac{2}{3}}}{\sqrt[3]{x^{-0,5}}}\right)^2, \quad x > 0$$

$$d) 0,027^{-\frac{1}{3}} - \left(-\frac{1}{6}\right)^{-2} + 256^{0,75} - 3^{-1} + 5,5^0$$

$$e) 4^{-\frac{1}{4}} + \left(\frac{1}{2^{\frac{3}{2}}}\right)^{-\frac{4}{3}} \cdot \left[4^{-0,25} - \left(2\sqrt{2}\right)^{-\frac{4}{3}}\right]$$

Př.4)

$$a) \sqrt{\left(\frac{x - x^{\frac{2}{3}}}{\left(x^{\frac{5}{6}} + x^{\frac{2}{3}} \right) \left(x^{\frac{1}{2}} - \sqrt[3]{x} \right)} \right)^{-3}}, \quad x > 0$$

$$b) \frac{\left[(x-y)^{\frac{1}{2}} (x-y)^{\frac{2}{3}} \right]^{-\frac{1}{2}}}{\left[(x-y)^{-\frac{2}{3}} \right]^{\frac{1}{2}}}, \quad x > y$$

$$c) \left(\sqrt[3]{\sqrt{\frac{a-x}{a+x}}} \right)^2 \cdot \sqrt{\frac{a-x}{a+x}} \cdot \sqrt[3]{\frac{a-x}{a+x}}, \quad x \neq -a$$

$$d) \left(-\sqrt[3]{x^{0,4}} \right)^5 + \left(-2\sqrt[5]{x^{0,1}} \right)^4 - x^{-2} \cdot \left(\frac{-3x^{\frac{2}{3}}}{\sqrt[3]{3x^{-4}}} \right)^2$$

Řešení příkladů :

Př.1)

$$a) \ x^5 \sqrt{y^4}$$

$$b) \ \frac{\sqrt[5]{y^2}}{y}$$

$$c) \ \sqrt{x}$$

$$d) \ a^2$$

$$e) \ \sqrt[3]{a^2}$$

$$f) \ \frac{\sqrt[6]{a^5}}{a}$$

Př.2)

$$a) \ a^{1-x}$$

$$b) \ \frac{\sqrt[8]{a} \sqrt[24]{x}}{\sqrt[12]{c^7}}$$

$$c) \ \frac{\sqrt[16]{x^{15}}}{x}$$

$$d) \ \frac{\sqrt[18]{x^{17}}}{x}$$

$$e) \ \frac{1}{x^5}$$

$$f) \ \frac{\sqrt[3]{ab}}{a^5 b^2}$$

Př.3)

$$a) \frac{b^{20} \sqrt[9]{a^9} \sqrt[4]{b}}{a^2}$$

$$b) 8 \sqrt[3]{a^2 b}$$

$$c) 6 \sqrt[3]{x^2}$$

$$d) 32$$

$$e) \frac{10\sqrt{2}-1}{16}$$

Př.4)

$$a) \sqrt{x}$$

$$b) \frac{\sqrt[4]{(x-y)^3}}{x-y}$$

$$c) \frac{a-x}{a+x}$$

$$d) 15x^{\frac{2}{3}} - 3x^2 \cdot \sqrt[3]{x}$$



Zdroje :

ODVÁRKO, Oldřich, Jana ŘEPOVÁ a Ladislav SKŘÍČEK.

Matematika pro střední odborné školy a studijní obory středních odborných učilišť 2. část. 1. vydání. Praha: SPN, 1984. Učebnice pro střední školy.

VEJSADA, František, Vladimír POLESNÝ, František TALAFIOUS a Karel ŠILHÁČEK. *Sbírka úloh z algebry pro I.-III. ročník.* Vyd. 2. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1964, 257 s. Pomocné knihy pro žáky (Státní pedagogické nakladatelství).