



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Číslo projektu	CZ.1.07/1.5.00/34.0394
Číslo materiálu	VY_42_Inovace_29_MA_1.21_Lomené výrazy – pracovní list
Název školy	Střední odborná škola a Střední odborné učiliště, Hustopeče, Masarykovo nám. 1
Autor	Mgr. Magda Černáková
Tematický celek	Matematika - ALGEBRA
Ročník	1.ročník
Datum tvorby	14.10.2013
Anotace	Prezentace určena pro první ročník maturitních oborů, ve které je stručné shrnutí učiva lomené výrazy. Zopakuje si sčítání, odčítání , násobení a dělení lomených výrazů. Současně PL slouží k přípravě k MZ.
Očekávaný výstup	Žák si zopakuje sčítání, odčítání , násobení a dělení lomených výrazů.
Druh učebního materiálu	Jednotlivé snímky lze použít jako studijní materiál.
Pokud není uvedeno jinak, uvedený materiál je z vlastních zdrojů autora	

Vzorový příklad:

a) Zjednodušte výraz:

$$\frac{18a - 30}{12a^2 - 20a} = \frac{6(3a - 5)}{4a(3a - 5)} = \frac{3}{2a}, \quad a \neq 0, a \neq \frac{5}{3}$$

b) Zjednodušte výraz:

$$\frac{3x^2 - 3xy}{x^2 - y^2} = \frac{3x(x - y)}{(x + y)(x - y)} = \frac{3x}{x + y}, \quad x \neq \pm y$$

$$c) \frac{3a + 7}{3a - 7} - \frac{3a - 7}{3a + 7} + \frac{2a}{9a^2 - 49}, \quad a \neq \pm \frac{7}{3}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{3a + 7}{3a - 7} - \frac{3a - 7}{3a + 7} + \frac{2a}{9a^2 - 49} = \frac{3a + 7}{3a - 7} - \frac{3a - 7}{3a + 7} + \frac{2a}{(3a - 7)(3a + 7)} = \\ &= \frac{(3a + 7)^2 - (3a - 7)^2 + 2a}{(3a - 7)(3a + 7)} = \frac{9a^2 + 42a + 49 - (9a^2 - 42a + 49) + 2a}{(3a - 7)(3a + 7)} = \\ &= \frac{9a^2 + 42a + 49 - 9a^2 + 42a - 49 + 2a}{(3a - 7)(3a + 7)} = \frac{86a}{9a^2 - 49} \end{aligned}$$

$$d) 1 - x + x^2 - \frac{x^3}{1+x}, \quad x \neq -1$$

$$1 - x + x^2 - \frac{x^3}{1+x} = \frac{1+x - x(1+x) + x^2(1+x) - x^3}{1+x} = \frac{1+x - x - x^2 + x^2 + x^3 - x^3}{1+x} = \frac{1}{1+x}$$

$$e) (a^2 - 1) \left(\frac{a}{a+1} + \frac{a}{a-1} - 1 \right), \quad a \neq \pm 1$$

$$\begin{aligned} (a^2 - 1) \left(\frac{a}{a+1} + \frac{a}{a-1} - 1 \right) &= (a^2 - 1) \frac{a(a-1) + a(a+1) - (a+1)(a-1)}{(a+1)(a-1)} = \\ &= (a^2 - 1) \frac{a^2 - a + a^2 + a - a^2 + 1}{(a+1)(a-1)} = (a+1)(a-1) \frac{a^2 + 1}{(a+1)(a-1)} = a^2 + 1 \end{aligned}$$

$$f) \left(\frac{1+x}{1-x} - \frac{1-x}{1+x} \right) \left(\frac{3}{4x} + \frac{x}{4} - x \right), \quad x \neq 0, x \neq \pm 1$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{1+x}{1-x} - \frac{1-x}{1+x} \right) \left(\frac{3}{4x} + \frac{x}{4} - x \right) &= \frac{(1+x)^2 - (1-x)^2}{(1-x)(1+x)} \cdot \frac{3+x^2-4x^2}{4x} = \frac{1+2x+x^2 - (1-2x+x^2)}{(1-x)(1+x)} \cdot \frac{3-3x^2}{4x} = \\ &= \frac{1+2x+x^2-1+2x-x^2}{(1-x)(1+x)} \cdot \frac{3(1-x^2)}{4x} = \frac{4x}{(1-x)(1+x)} \cdot \frac{3(1-x)(1+x)}{4x} = 3 \end{aligned}$$

$$g) \frac{\frac{a^2 - b^2}{a^2 + 2ab + b^2}}{\frac{a - b}{a + b}}, \quad a \neq \pm b$$

$$\frac{\frac{a^2 - b^2}{a^2 + 2ab + b^2}}{\frac{a - b}{a + b}} = \frac{a^2 - b^2}{a^2 + 2ab + b^2} \cdot \frac{a + b}{a - b} = \frac{(a + b)(a - b)}{(a + b)^2} \cdot \frac{a + b}{a - b} = 1$$

$$h) \frac{\frac{1}{z+1} - \frac{2}{z-1} + \frac{3z}{z^2-1}}{\frac{z-1}{z+1} - \frac{z+1}{z-1}}, \quad z \neq 0, z \neq \pm 1$$

$$\begin{aligned} \frac{\frac{1}{z+1} - \frac{2}{z-1} + \frac{3z}{z^2-1}}{\frac{z-1}{z+1} - \frac{z+1}{z-1}} &= \frac{\frac{z-1-2(z+1)+3z}{z^2-1}}{\frac{(z-1)^2 - (z+1)^2}{z^2-1}} = \frac{\frac{z-1-2z-2+3z}{z^2-1}}{\frac{z^2-2z+1-(z^2+2z+1)}{z^2-1}} = \\ &= \frac{2z-3}{z^2-1} \cdot \frac{z^2-1}{z^2-2z+1-z^2-2z-1} = \frac{2z-3}{z^2-1} \cdot \frac{z^2-1}{-4z} = \frac{2z-3}{-4z} = \frac{3-2z}{4z} \end{aligned}$$

Pracovní list :

Př.1) Zjednodušte výraz:

$$a) \frac{14a^2bc^2}{7abcd}$$

$$b) -\frac{12acx^2}{4a^2c^2x}$$

$$c) \frac{12x^2 - 2xy}{16x^2}$$

$$d) \frac{b + b^2}{a + ab}$$

$$e) \frac{42a^3 - 30a^2m}{35am^2 - 25m^3}$$

$$f) \frac{a^2 - 2a + 1}{a - 1}$$

$$g) \frac{a^3 + b^3 + 3ab(a + b)}{(a + b)^2 m^3}$$

$$h) \frac{35 + 5x + 7y + xy}{5 + y}$$

Př.2) Vypočítejte:

$$a) 1 + \frac{a - b}{a + b}$$

$$b) x - \frac{x}{x - 1}$$

$$c) 3b - \frac{ab + b^2}{2a}$$

$$d) \frac{4 - 2x + x^2}{2 + x} - 2 - x$$

$$e) \frac{1 + 5x}{1 - 5x} - \frac{1 - 5x}{1 + 5x}$$

$$f) \frac{ax - a}{x + 1} - \frac{ax + a}{x - 1}$$

$$g) \frac{1}{1 + x} + \frac{1}{1 - x} - \frac{2x}{1 - x^2}$$

$$h) \frac{30a}{9a^2 - 1} + \frac{4}{3a - 1} - \frac{5}{3a + 1}$$

$$i) \frac{a^2 + ab + b^2}{a + b} - \frac{a^2 - ab + b^2}{a - b} + \frac{2b^3 - b^2 + a^2}{a^2 - b^2}$$

Př.3) Vypočtěte:

$$a) \frac{3a^2b}{5d} \cdot \left(-\frac{10d^2}{ab^2}\right) \cdot \left(-\frac{c^3}{6a}\right)$$

$$b) \frac{5x+5y}{3x-y} \cdot \frac{x^2-y^2}{(x+y)^2}$$

$$c) \frac{b+1}{b-1} \cdot \frac{2b^2-4b+2}{b^2-1}$$

$$d) \frac{c-1}{c+d+1} \cdot \frac{c^2+2c+1-d^2}{c^2-2c+1}$$

$$e) \left(5x + \frac{5}{x-2}\right) \left(1 - \frac{1}{x^2-2x+1}\right)$$

$$f) \frac{1-y^2}{1+x} \cdot \frac{1-x^2}{y^2+y} \cdot \left(1 + \frac{x}{1-x}\right)$$

Př.4) Vypočtěte:

$$a) \left(3a - \frac{4x^2}{3a}\right) : \left(1 + \frac{2x}{3a}\right)$$

$$b) \left(x + \frac{y-x}{1+xy}\right) : \left(1 + \frac{x(x-y)}{1+xy}\right)$$

$$c) \frac{x^2-y^2}{9x^2y^2} : \frac{y-x}{3xy}$$

$$d) \frac{3x-3y}{4ax+4ay} : \frac{ay-ax}{4x^2-4y^2}$$

$$e) \left[\left(\frac{2}{x+1}\right)^2 - \frac{1}{x+1} \right] : \frac{1}{x+1}$$

Př.5) Vypočtěte:

$$a) \left(2 - b + \frac{2b^2}{2+b} \right) : \frac{4a + ab^2}{b^2x - 4x}$$

$$b) \frac{\frac{1}{1-y} - 1}{1 - \frac{1-2y^2}{1-y} + y}$$

$$c) \frac{\frac{2s+1}{2s-1} - \frac{2s-1}{2s+1}}{4s}$$
$$\frac{10s-5}{}$$

$$d) 2 + \frac{1}{3 - \frac{1}{x-2}}$$

$$e) \frac{\frac{b+1}{b-1}}{\frac{b^2-1}{2b^2-4b+2}}$$

Řešení příkladů:

Př.1)

$$a) \frac{2ac}{d}, \quad a, b, c, d \neq 0$$

$$b) -\frac{3x}{ac}, \quad a, c, x \neq 0$$

$$c) \frac{6x-y}{8x}, \quad x \neq 0$$

$$d) \frac{b}{a}, \quad a \neq 0, b \neq -1$$

$$e) \frac{6a^2}{5m^2}, \quad m \neq 0, a \neq \frac{5}{7}m$$

$$f) a-1, \quad a \neq 1$$

$$g) \frac{a+b}{m^3}, \quad a \neq -b, m \neq 0$$

$$h) 7+x, \quad y \neq -5$$

Př.2)

$$a) \frac{2a}{a+b}, \quad a \neq -b$$

$$b) \frac{x^2-2x}{x-1}, \quad x \neq 1$$

$$c) \frac{5ab-b^2}{2a}, \quad a \neq 0$$

$$d) -\frac{6x}{2+x}, \quad x \neq -2$$

$$e) \frac{20x}{1-25x^2}, \quad x \neq \pm \frac{1}{5}$$

$$f) \frac{4ax}{1-x^2}, \quad x \neq \pm 1$$

$$g) \frac{2}{1+x}, \quad x \neq \pm 1$$

$$h) \frac{9}{3a-1}, \quad a \neq \pm \frac{1}{3}$$

$$i) 1, \quad a \neq \pm b$$

Př.3)

a) $\frac{c^3 d}{b}, a, b, d \neq 0$

b) $\frac{5(x-y)}{3x-y}, x \neq -y, x \neq \frac{y}{3}$

c) $2, b \neq \pm 1$

d) $\frac{c+1-d}{c-1}, c \neq 1, c \neq -d-1$

e) $5x, x \neq 2, x \neq 1$

f) $\frac{1-y}{y}, y \neq 0, y \neq -1, x \neq \pm 1$

Př.4)

a) $3a-2x, a \neq 0, a \neq -\frac{2x}{3}$

b) $y, x \neq -\frac{1}{y}$

c) $-\frac{x+y}{3xy}, x, y \neq 0, y \neq x$

d) $\frac{-3(x-y)}{a^2}, a \neq 0, x \neq \pm y$

e) $\frac{3-x}{x+1}, x \neq -1$

Pr.5)

$$a) \frac{x(b-2)}{a}, \quad a \neq 0, b \neq -2$$

$$b) \frac{1}{y}, \quad y \neq 0, y \neq 1$$

$$c) \frac{10}{2s+1}, \quad s \neq 0, s \neq \pm \frac{1}{2}$$

$$d) \frac{7x-16}{3x-7}, \quad x \neq 2, x \neq \frac{7}{3}$$

$$e) 2, \quad b \neq \pm 1$$



Zdroje:

VEJSADA, František, Vladimír POLESNÝ, František TALAFOUS a Karel ŠILHÁČEK. *Sbírka úloh z algebry pro I.-III. ročník*. Vyd. 2. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1964, 257 s. Pomocné knihy pro žáky (Státní pedagogické nakladatelství).

ODVÁRKO, Oldřich, Jana ŘEPOVÁ a Ladislav SKŘÍČEK. *Matematika pro střední odborné školy a studijní obory Středních odborných učilišť 1. část*. 1. vydání. Praha: SPN, 1984. Učebnice pro střední školy