



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Číslo projektu	CZ.1.07/1.5.00/34.0394
Číslo materiálu	VY_42_Inovace_31_MA_1.20_Hodnota výrazu, rozklad výrazu – pracovní list
Název školy	Střední odborná škola a Střední odborné učiliště, Hustopeče, Masarykovo nám. 1
Autor	Mgr. Magda Černáková
Tematický celek	Matematika - ALGEBRA
Ročník	1.ročník
Datum tvorby	22.10.2013
Anotace	Prezentace určena pro první ročník maturitních oborů, ve které je stručné shrnutí učiva lomené výrazy. Zopakuje si hodnotu výrazu, rozklad výrazů. Současně PL slouží k přípravě k MZ.
Očekávaný výstup	Žák si zopakuje hodnotu výrazu, rozklad výrazů.
Druh učebního materiálu	Jednotlivé snímky lze použít jako studijní materiál.
Pokud není uvedeno jinak, uvedený materiál je z vlastních zdrojů autora	

Vzorový příklad:

a) Určete hodnotu výrazu:

$$\frac{x+y}{x-y} + \frac{(x-y)^2}{x+y}, \text{ pro } x=1, y=-2$$

$$\frac{1+(-2)}{1-(-2)} + \frac{[1-(-2)]^2}{1+(-2)} = \frac{1-2}{1+2} + \frac{(1+2)^2}{1-2} = \frac{-1}{3} + \frac{3^2}{-1} = \frac{-1}{3} - \frac{9}{1} = \frac{-1-27}{3} = -\frac{28}{3} = -9\frac{1}{3}$$

b) Rozložte v součin výraz:

$$px + 7y - py - 7x = px - 7x + 7y - py = x \cdot (p-7) + y \cdot (7-p) = x \cdot (p-7) - y \cdot (p-7) = (x-y) \cdot (p-7)$$

$$x^2 + (a-b)x - ab = x^2 + ax - bx - ab = x^2 - bx + ax - ab = x \cdot (x-b) + a \cdot (x-b) = (x+a) \cdot (x-b)$$

$$x^2 - \frac{1}{9} = \left(x + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(x - \frac{1}{3}\right)$$

$$0,25x^2y^4 - (x-2)^2 = [0,5xy^2 - (x-2)] \cdot [0,5xy^2 + (x-2)] = (0,5xy^2 - x + 2) \cdot (0,5xy^2 + x - 2)$$

$$9a^2 - 12ab + 4b^2 = (3a)^2 - 2 \cdot 3a \cdot 2b + (2b)^2 = (3a - 2b)^2$$

$$25x^2 + 20xy + 4y^2 = (5x)^2 + 2 \cdot 5x \cdot 2y + (2y)^2 = (5x + 2y)^2$$

$$x^3 + 6x^2y + 12xy^2 + 8y^3 = x^3 + 3 \cdot x^2 \cdot 2y + 3 \cdot x \cdot (2y)^2 + (2y)^3 = (x + 2y)^3$$

$$64 - 96a + 48a^2 - 8a^3 = 4^3 - 3 \cdot 4^2 \cdot 2a + 3 \cdot 4 \cdot (2a)^2 - (2a)^3 = (4 - 2a)^3$$

$$27 - 8x^3y^6 = (3 - 2xy^2) \left(3^2 + 3 \cdot 2xy^2 + (2xy^2)^2 \right) = (3 - 2xy^2) (9 + 6xy^2 + 4x^2y^4)$$

$$\begin{aligned} (2x-1)^3 + (x-2)^3 &= (2x-1+x-2) \left[(2x-1)^2 + (2x-1)(x-2) + (x-2)^2 \right] = \\ &= (3x-3) (4x^2 - 4x + 1 + 2x^2 - 4x - x + 2 + x^2 - 4x + 4) = (3x-3) (7x^2 - 13x + 7) \end{aligned}$$

Pracovní list:

Př.1) Určr hodnotu výrazu :

a) $x^3 - 3x^2 + x + 1$, pro $x = 1$, $x = -1$

b) $a^4 - a^2b + ab^2 - 1$, pro $a = -1$, $b = 1$

c) $5abc - \{2a^2b - [3abc - (4ab^2 - a^2b)]\}$, pro $a = -2$, $b = -2$, $c = -4$

d) $3x^2y - \{xyz - (2xyz - x^2z) - 4x^2z + [3x^2y - (4xyz - 5x^2z)]\}$, pro $x = 1$, $y = -1$, $z = 0$

e) $pqr - \{3p^2q - [4pqr + (2pq^2 - 3p^2q)]\}$, pro $p = 1$, $q = 1$, $r = -2$

f) $\frac{\left(a + \frac{1}{a}\right)\left(b + \frac{1}{b}\right)}{ab + \frac{1}{ab}}$, pro $a = 1$, $b = 2$

g) $\frac{x^2 + y^2 + z^2 - 5xyz}{x + y + z}$, pro $x = -1$, $y = 2$, $z = 4$

h) $\frac{x^2 - 2xy + 7y^2}{xy}$, pro $x = -1$, $y = -2$

Př.2) Rozložte v součin:

a) $32ab^2x - 48a^2bx^3 + 64ab^2x^2$

b) $33m^2v - 27mv^3 + 24m^2v^2$

c) $12z^2u^3 + 18zu^2 - 30z^3u$

d) $50a^2c^3 + 25ac^2 - 75a^4c^4$

e) $a^2 - b^2 + 9a + 9b$

f) $a^2 + 2ab + b^2 - c^2$

g) $(2a - 3b)^2 - (3b - 2a)^3$

h) $2x^5 - x^4 + y^4 - 2xy^4$

Př.3) Rozložte na součin:

a) $x(y + 2) + 2(y + 2)$

b) $a(b - 2) - 3(b - 2)$

c) $c(p - q) + p - q$

d) $2x(3x + 1) - 3x - 1$

e) $m(x - y) - x + y =$

f) $4a(a^2 - b) - a^2 + b$

g) $(x + y)x - (x - y)y - (x + y)y - (x - y)x$

h) $m^5 + m^3 - m^2 - 1$

i) $k^3 - k^2 - k + 1$

Př.4) Rozložte na součin:

a) $x^2 - 4a^2$

b) $36x^2y^2 - 1$

c) $x^4y^2 - 16$

d) $a^3b - 4ab^3$

e) $p^2 - (q - r)^2$

f) $a^4 - 1$

g) $x^2 - x^6$

Př.5) Rozložte na součin:

a) $9x^2 - 6xy + y^2 - z^2$

b) $m^2 - n^2 - p^2 + 2np$

c) $(a - b)x^4 + (b - a)x^2$

d) $100x^2 - (7x - 2y)^2 \cdot 4$

e) $(u + 3v)^2 - 9(v - q)^2$

f) $9(2a - x)^2 - 4(3a - x)^2$

g) $48(a + b)^2 - 12(a - b)^2$

h) $27a^4 - a$

i) $2a^5 + 6a^4 + 6a^3 + 2a^2$

Př.6) Rozložte na součin:

a) $a(p - q + 1)(ax^2 + b) + b(p - q + 1)(bx^2 - a) + 2abx^2(p - q + 1)$

b) $(a + b)^4 - a^4$

c) $a^2 + 2ab + b^2 - ac - bc$

d) $xz - yz - x^2 + 2xy - y^2$

e) $x^3 - 3x^2 - 4x + 12$

f) $p^2y^2 - 4p^2 - y^2 + 4$

g) $2k^4 - k^3 + k - 2$

h) $a^2y - aby + a^3y - ab^2y$

i) $a^6 - a^4 + 2a^3 + 2a^2$

j) $y^4 - 2y^3 + 2y^2 - 2y + 1$

Př.7) Rozložte na součin:

a) $2a^2x^4 + 16a^2x$

b) $(a+b)^3 - (a-b)^3$

c) $x^4 + x^3 + x + 1$

d) $125m^3 + 75m^2 + 15m + 1$

e) $a^3 + 18a^2 + 108a + 216$

f) $\frac{27}{64}a^3b^6 + \frac{9}{8}a^2b^4c^2 + ab^2c^4 + \frac{8}{27}c^6$

g) $x^3 - 1 - 3x^2 + 3x$

h) $8z^3 + 27t^3 + 36tz^2 + 54t^2z$

Př.8) Proveďte:

a) $(2x+5)^3$

b) $(7a-5x)^3$

c) $(2x-1)^3 - (x-2)^3$

d) $(3x+y)^3 - (9x^2+6xy+y^2)(3x-y)$

e) $(a+2)^3 - (a+2)^2(a+1) \cdot 3 + 3 \cdot (a+2)(a+1)^2 - (a+1)^3$

f) $(1+x^2)^3 + (1-x^2)^3 + 3 \cdot (1+x^2)^2(1-x^2) + 3(1+x^2)(1-x^2)^2$

g) $(a^2-1)^3 - (a^2-1)(a^2+1)^2 + 2a^2(a^2-2) + a^4(a^4+2)$

h) $(2x-1)^3(2x+1)^3$

i) $(a^2-ab+b^2)(a+b)^3$

j) $\frac{(15-34x+15x^2)^3}{(3-5x)^3}$

Řešení příkladů:

Př.1)

a) -4

b) -2

c) -72

d) 0

e) -14

f) 2

g) $\frac{61}{5}$

h) $12,5$

Př.2)

a) $16ab^2x(2 - 3ax^2 + 4x)$

b) $3mv(11m - 9v^2 + 8mv)$

c) $6zu(2zu^2 + 3u - 5z^2)$

d) $25ac^2(2ac + 1 - 3a^3c^2)$

e) $(a + b)(a - b + 9)$

f) $(a + b + c)(a + b - c)$

g) $(2a - 3b)^2(1 + 2a - 3b)$

h) $(-x^4 + y^4)(1 - 2x)$

Př.3)

a) $(y + 2)(x + 2)$

b) $(b - 2)(a - 3)$

c) $(p - q)(c + 1)$

d) $(3x + 1)(2x - 1)$

e) $(x - y)(m + 1)$

f) $(a^2 - b)(4a - 1)$

g) 0

h) $(m^2 + 1)(m^3 - 1)$

i) $(k - 1)^2(k^2 + k + 1)$

Př.4)

a) $(x + 2a)(x - 2a)$

b) $(6xy + 1)(6xy - 1)$

c) $(x^2y + 4)(x^2y - 4)$

d) $ab(a + 2b)(a - 2b)$

e) $(p + q - r)(p - q + r)$

f) $(a^2 + 1)(a + 1)(a - 1)$

g) $x^2(1 + x^2)(1 - x^2)$

Pr.5)

a) $(3x - y + z)(3x - y - z)$

b) $(m + n - p)(m - n + p)$

c) $x^2(x + 1)(x - 1)(a - b)$

d) $(-4x + 4y)(24x - 4y)$

e) $(u + 6v - 3q)(u + 3q)$

f) $(12a - 5x)(-x)$

g) $12(3a + b)(a + 3b)$

h) $a(3a - 1)(9a^2 + 3a + 1)$

i) $2a^2(a + 1)^3$

Pr.6)

a) $(p - q + 1)x^2(a + b)^2$

b) $(2a^2 + 2ab + b^2)(2a + b)b$

c) $(a + b)(a + b - c)$

d) $(x - y)(y - x + y)$

e) $(x - 3)(x + 2)(x - 2)$

f) $(y + 2)(y - 2)(p + 1)(p - 1)$

g) $(k + 1)(k - 1)(2k^2 - k + 2)$

h) $ay(a - b)(a + b + 1)$

i) $(a + 1)(a^5 - a^4 + 2a^2)$

j) $(y^2 + 1)(y - 1)^2$

Pr.7)

a) $2a^2x(x+2)(x^2-2x+4)$

b) $2b(3a^2+b^2)$

c) $(x+1)^2(x^2-2x+1)$

d) $(5m+1)^3$

e) $(a+6)^3$

f) $\left(\frac{3}{4}ab^2 + \frac{2}{3}c^2\right)^3$

g) $(x-1)^3$

h) $(2z+3t)^3$

Př.8)

a) $8x^3 + 60x^2 + 150x + 125$

b) $343a^3 - 735a^2x + 525ax^2 - 125x^3$

c) $7x^3 - 6x^2 - 6x + 7 = (x + 1)(7x^2 - 13x + 7)$

d) $18x^2y + 12xy^2 + 2y^3 = 2y(3x + y)^2$

e) 1

f) 8

g) a^8

h) $(4x^2 - 1)^3$

i) $(a^3 + b^3)^3$

j) $-27x^3 + 135x^2 - 225x + 125$



Zdroje :

ODVÁRKO, Oldřich, Jana ŘEPOVÁ a Ladislav SKŘÍČEK.

Matematika pro střední odborné školy a studijní obory

Středních odborných učilišť 1. část. 1. vydání. Praha: SPN, 1984.

Učebnice pro střední školy

VEJSADA, František, Vladimír POLESNÝ, František TALAFOUS
a Karel ŠILHÁČEK. *Sbírka úloh z algebry pro I.-III. ročník.*

Vyd. 2. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1964, 257 s.

Pomocné knihy pro žáky (Státní pedagogické nakladatelství).