



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

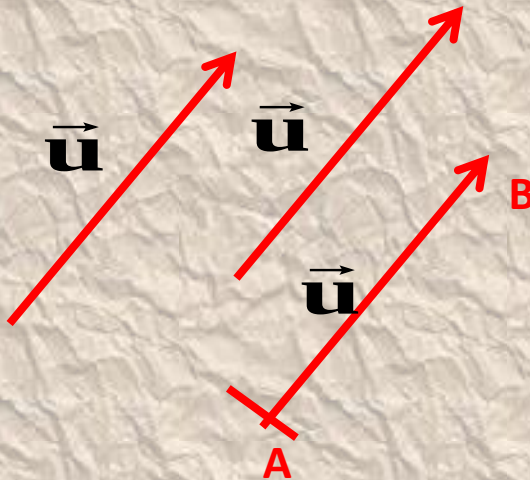


OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Číslo projektu	CZ.1.07/1.5.00/34.0394
Číslo materiálu	VY_42_Inovace_31_MA_1.23_Operace s vektory
Název školy	Střední odborná škola a Střední odborné učiliště, Hustopeče, Masarykovo nám. 1
Autor	Mgr. Magda Černáková
Tematický celek	Matematika - ALGEBRA
Ročník	3.ročník
Datum tvorby	23.10.2013
Anotace	Prezentace určena pro třetí ročník maturitních oborů, ve které je stručné shrnutí učiva vektory Zopakuje si operace s vektory.
Očekávaný výstup	Žák si zopakuje operace s vektory, i grafické zobrazení vektorů.
Druh učebního materiálu	Jednotlivé snímky lze použít jako studijní materiál.
Pokud není uvedeno jinak, uvedený materiál je z vlastních zdrojů autora	

Množinu všech souhlasně orientovaných úseček téže délky nazýváme **vektor**.



$u = AB$ – umístění vektoru u

A – počáteční bod vektoru

B – koncový bod vektoru

Souřadnice vektoru u :

$$\vec{u} = (u_1, u_2)$$

$$\vec{u} = B - A$$

$$u_1 = b_1 - a_1$$

$$u_2 = b_2 - a_2$$

Velikost vektoru u je délka orientované úsečky AB :

$$|\vec{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2}$$

Operace s vektory :

Jsou dány vektory $\mathbf{u} = (u_1, u_2)$, $\mathbf{v} = (v_1, v_2)$

Rovnost vektorů: $\vec{u} = \vec{v} \Leftrightarrow u_1 = v_1 \wedge u_2 = v_2$

Opačný vektor: $-\vec{u} = (-u_1, -u_2)$

Násobení vektoru reálným číslem: $k \cdot \vec{u} = (k \cdot u_1, k \cdot u_2)$

Kolineární vektory(leží na téže přímce nebo na rovnoběžných přímkách): $\vec{u} = k \cdot \vec{v}, k \in \mathbb{R}, k \neq 0$

Podmínka kolineárnosti: $u_1 = k \cdot v_1 \wedge u_2 = k \cdot v_2$

Součet a rozdíl vektorů: $\vec{u} \pm \vec{v} = (u_1 \pm v_1, u_2 \pm v_2)$

Velikost úhlu vektorů: $\cos \varphi = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{u_1 \cdot v_1 + u_2 \cdot v_2}{\sqrt{u_1^2 + u_2^2} \cdot \sqrt{v_1^2 + v_2^2}}$

Podmínka kolmosti vektorů: $\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$

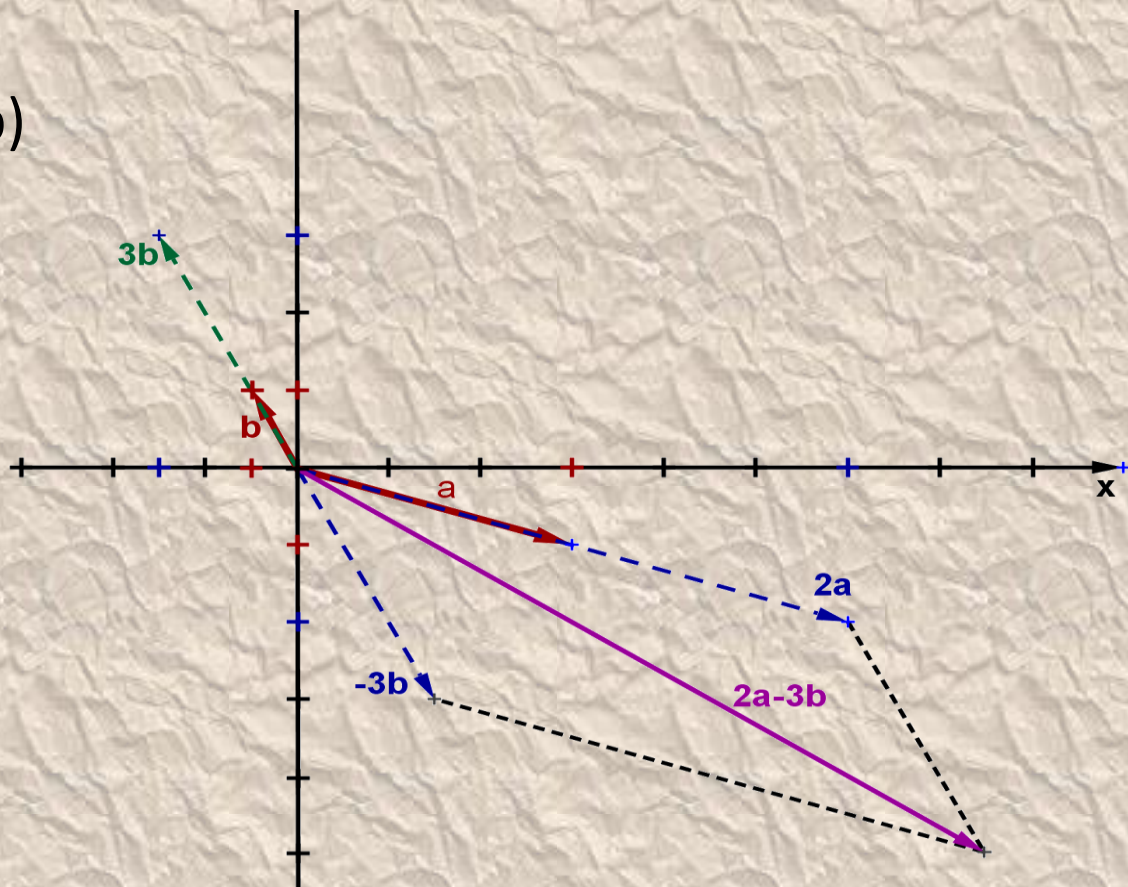
$$\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow u_1 \cdot v_1 + u_2 \cdot v_2 = 0$$

Př.1) Jsou dány vektory $\mathbf{u} = (3, -1)$, $\mathbf{b} = (-0,5, 1)$. Určete vektor $\mathbf{c} = 2\mathbf{a} - 3\mathbf{b}$
a) početně, b) graficky

Řešení :

$$\begin{aligned} \text{a) } \vec{c} &= 2(3, -1) - 3(-0,5, 1) = (6, -2) - (-1,5, 3) = (6 - (-1,5), -2 - 3) = \\ &= (7,5, -5) \end{aligned}$$

b)



Př.2) K danému vektoru $\vec{u} = AB$, $a = (-2,0)$, $B = (-3,5)$

Určete:

- a) Souřadnice vektoru
- b) Souřadnice vektoru opačného
- c) Velikost vektoru

Řešení:

a) $\vec{u} = B - A$

$$u_1 = b_1 - a_1 = -3 - (-2) = -3 + 2 = -1$$

$$u_2 = b_2 - a_2 = 5 - 0 = 5$$

$$\vec{u} = (-1, 5)$$

b) $-\vec{u} = (-u_1, -u_2) = (1, -5)$

$$c) |\vec{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2} = \sqrt{(-1)^2 + 5^2} = \sqrt{26}$$

Př.3)

a) Určete, zda jsou vektory kolineární.

$$\vec{u} = (-5, 6), \vec{v} = (2, -2, 4)$$

b) Určete souřadnici a_2 tak, aby vektory byly kolineární.

$$\vec{a} = (8, a_2), \vec{b} = (-3, -2)$$

a)

$$\vec{u} = k \cdot \vec{v}$$

$$u_1 = k \cdot v_1$$

$$\underline{u_2 = k \cdot v_2}$$

$$-5 = k \cdot 2 \Rightarrow k = -2,5$$

$$\underline{6 = k \cdot (-2, 4) \Rightarrow k = -2,5}$$

Vektory jsou kolineární.

b)

$$\underline{\vec{a} = k \cdot \vec{b}}$$

$$a_1 = k \cdot b_1$$

$$\underline{a_2 = k \cdot b_2}$$

$$8 = k \cdot (-3) \Rightarrow k = -\frac{8}{3}$$

$$a_2 = k \cdot (-2) \Rightarrow a_2 = -\frac{8}{3} \cdot (-2) = \frac{16}{3}$$

Př.4) Jsou dány vektory $\vec{u} = (2,7)$, $\vec{v} = (-3,5)$

Určete souřadnice vektorů:

a) $\vec{a} = \vec{u} + \vec{v}$

b) $\vec{b} = \vec{u} - \vec{v}$

c) $\vec{c} = \vec{v} - \vec{u}$

d) $\vec{d} = \frac{2}{3} \vec{v}$

$$a)\vec{a} = \vec{u} + \vec{v}$$

$$a_1 = u_1 + v_1 = 2 + (-3) = (-1)$$

$$a_2 = u_2 + v_2 = 7 + 5 = 12$$

$$\vec{a} = (-1, 12)$$

$$b)\vec{b} = \vec{u} - \vec{v}$$

$$b_1 = u_1 - v_1 = 2 - (-3) = 2 + 3 = 5$$

$$b_2 = u_2 - v_2 = 7 - 5 = 2$$

$$\vec{b} = (5, 2)$$

$$c)\vec{c} = \vec{v} - \vec{u}$$

$$c_1 = v_1 - u_1 = -3 - 2 = (-5)$$

$$c_2 = v_2 - u_2 = 5 - 7 = (-2)$$

$$c = (-5, -2)$$

$$d)\vec{d} = \frac{2}{3}\vec{v}$$

$$d_1 = \frac{2}{3}v_1 = \frac{2}{3} \cdot (-3) = (-2)$$

$$d_2 = \frac{2}{3}v_2 = \frac{2}{3} \cdot 5 = \frac{10}{3}$$

$$\vec{d} = (-2, \frac{10}{3})$$

Př.5) Určete, velikost úhlu, který svírají vektory: $\vec{u} = (-1,1), \vec{v} = (0,3)$

$$\cos \varphi = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{u_1 \cdot v_1 + u_2 \cdot v_2}{\sqrt{u_1^2 + u_2^2} \cdot \sqrt{v_1^2 + v_2^2}} = \frac{-1 \cdot 0 + 1 \cdot 3}{\sqrt{(-1)^2 + 1^2} \cdot \sqrt{0^2 + 3^2}} =$$

$$= \frac{3}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{9}} = \frac{3}{\sqrt{18}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\varphi = 45^\circ$$

Př.6) Určete, zda jsou vektory k sobě kolmé: $\vec{a} = (-4,5), b = \left(2, \frac{8}{5}\right)$
 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$

$$a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 = 0$$

$$-4 \cdot 2 + 5 \cdot \frac{8}{5} = 0$$

$$-8 + 8 = 0$$

$$0 = 0$$

Ano, jsou kolmé.



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Zdroje:

HUDCOVÁ, Milada a Libuše KUBIČÍKOVÁ. *Sbírka úloh z matematiky pro SOŠ, SOU a nástavbové studium*. 1. vyd. Praha: Prometheus, c2000, 415 s. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-719-6165-5