



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



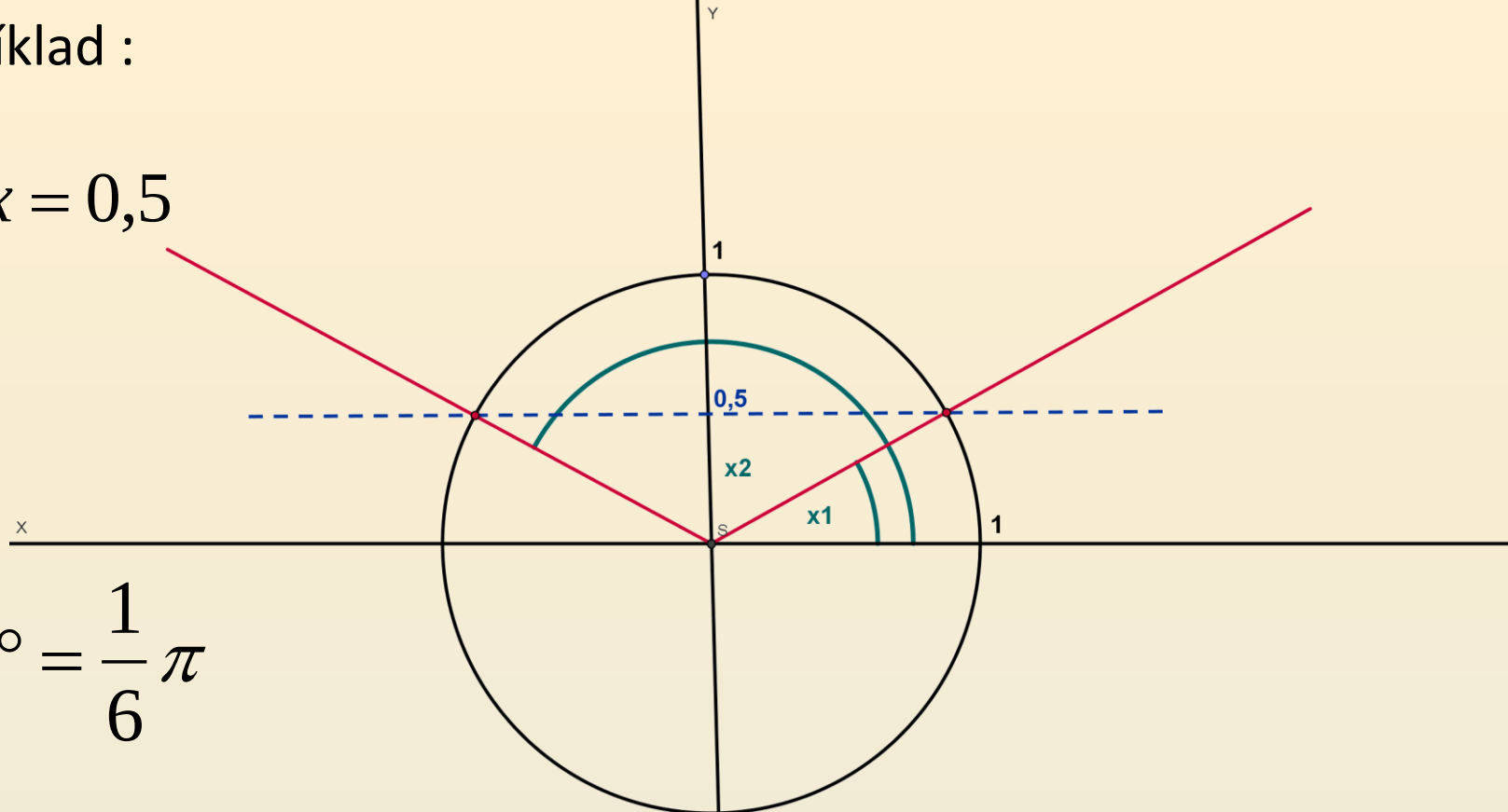
OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Číslo projektu	CZ.1.07/1.5.00/34.0394
Číslo materiálu	VY_42_Inovace_9_MA_1.15_ Goniometrické rovnice – pracovní list
Název školy	Střední odborná škola a Střední odborné učiliště, Hustopeče, Masarykovo nám. 1
Autor	Mgr. Magda Černáková
Tematický celek	Matematika - ALGEBRA
Ročník	3.ročník
Datum tvorby	16.07.2013
Anotace	Prezentace určena pro třetí ročník maturitních oborů, ve které je stručné shrnutí učiva goniometrické rovnice. Zopakuje jednotlivé druhy goniometrických rovnic a jejich řešení. Současně PL slouží k přípravě k MZ.
Očekávaný výstup	Žák si zopakuje jednotlivé druhy goniometrických rovnic a jejich řešení.
Druh učebního materiálu	Jednotlivé snímky lze použít jako studijní materiál.
Pokud není uvedeno jinak, uvedený materiál je z vlastních zdrojů autora	

Vzorový příklad :

a) $\sin x = 0,5$



$$x_1 = 30^\circ = \frac{1}{6} \pi$$

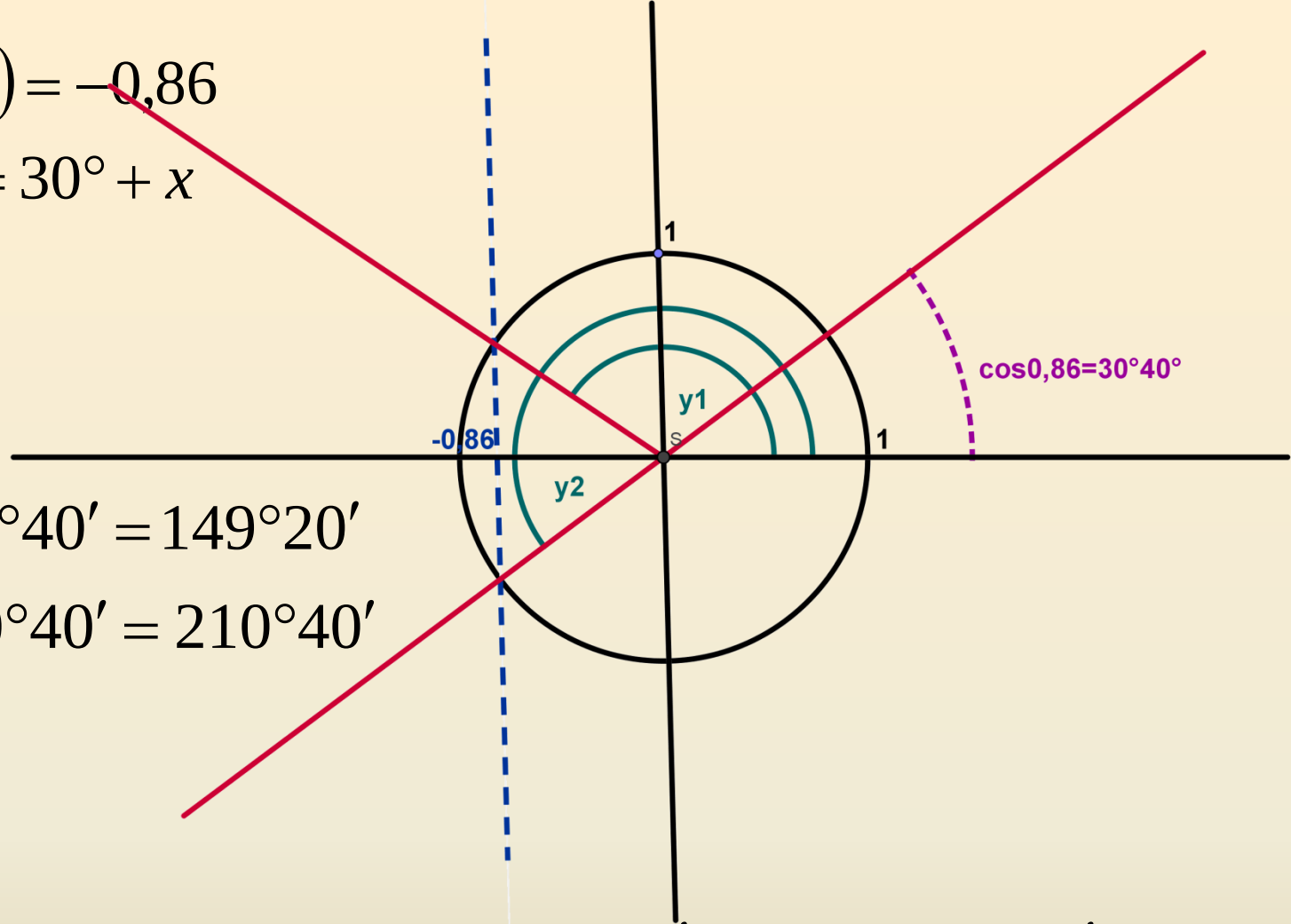
$$x_2 = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ = \frac{5}{6} \pi$$

$$K = \left\{ \frac{1}{6} \pi + 2k\pi, \frac{5}{6} \pi + 2k\pi \right\}, \text{ kde } k \in \mathbb{Z}$$

$$b) \cos(30^\circ + x) = -0,86$$

$$\text{substitute : } y = 30^\circ + x$$

$$\cos y = -0,86$$



$$y_1 = 180^\circ - 30^\circ 40' = 149^\circ 20'$$

$$y_2 = 180^\circ + 30^\circ 40' = 210^\circ 40'$$

$$y_1 = 30^\circ + x_1 \Rightarrow x_1 = y_1 - 30^\circ = 149^\circ 20' - 30^\circ = 119^\circ 20'$$

$$y_2 = 30^\circ + x_2 \Rightarrow x_2 = y_2 - 30^\circ = 210^\circ 40' - 30^\circ = 180^\circ 40'$$

$$K = \{119^\circ 20' + 2k\pi, 180^\circ 40' + 2k\pi\}, k \in \mathbb{Z}$$

$$c) 2 \cdot \cos^2 x - 7 \cdot \cos x + 3 = 0$$

$$\text{substitute: } \cos x = y$$

$$2y^2 - 7y + 3 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = (-7)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3 = 25$$

$$y_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{7 \pm \sqrt{25}}{2 \cdot 2} = \frac{7 \pm 5}{4}$$

$$y_1 = \frac{7+5}{4} = \frac{12}{4} = 3$$

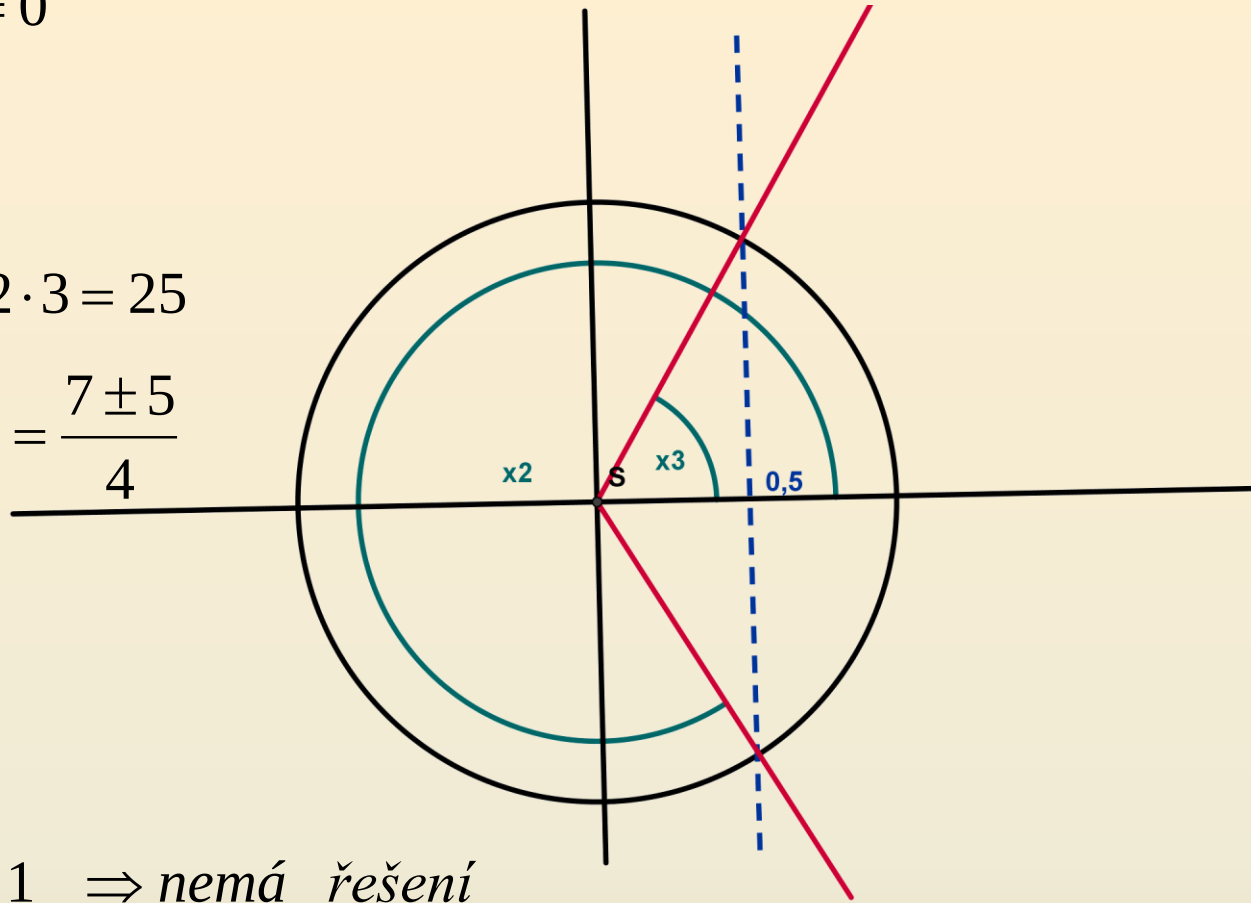
$$y_2 = \frac{7-5}{4} = \frac{2}{4} = 0,5$$

$$\cos x_1 = 3, \text{ platí: } |\cos x| \leq 1 \Rightarrow \text{nemá řešení}$$

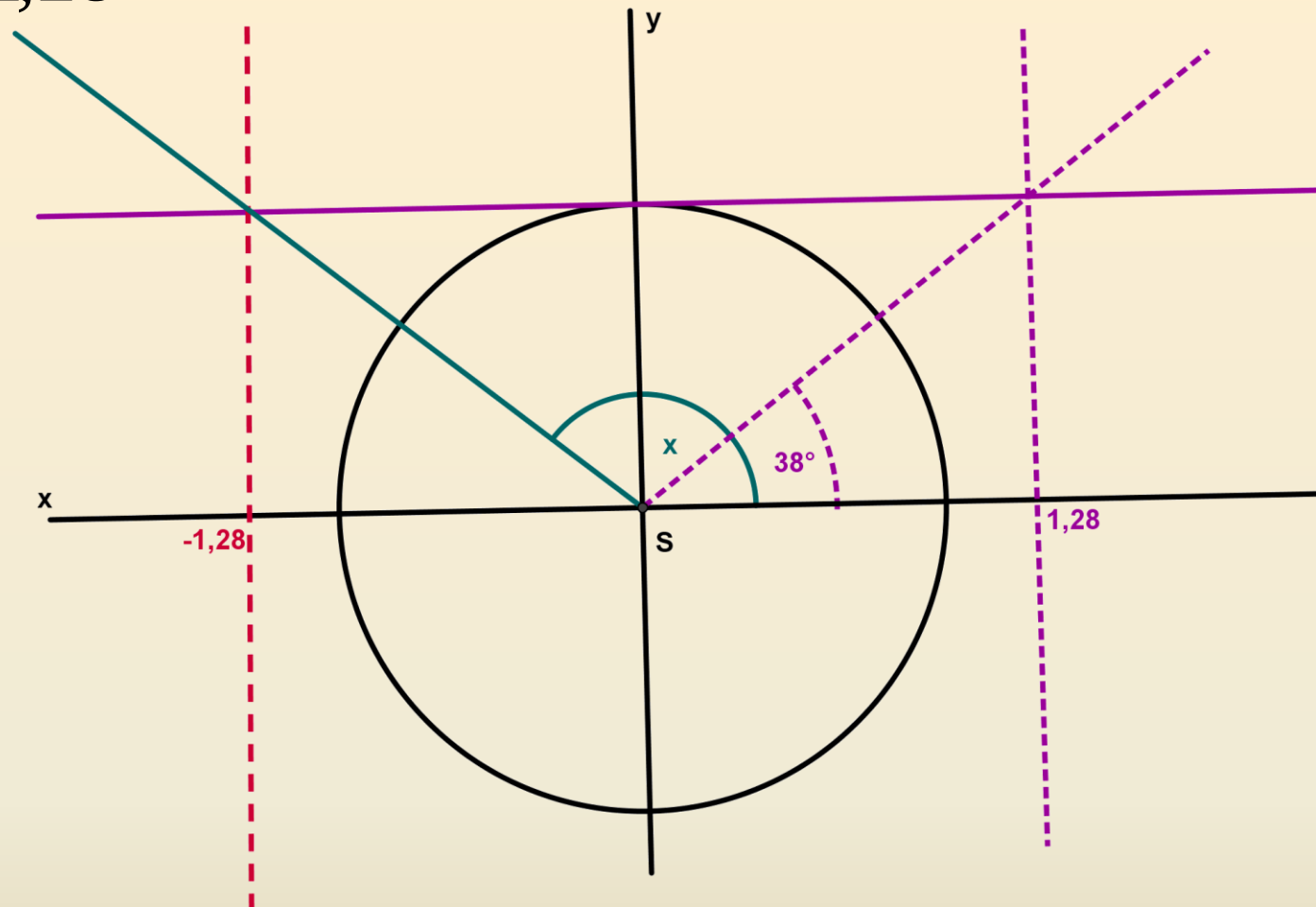
$$\cos x_2 = 0,5$$

$$x_2 = 60^\circ = \frac{1}{3}\pi$$

$$x_3 = 360^\circ - 60^\circ = 300^\circ = \frac{5}{3}\pi \quad K = \left\{ \frac{1}{3}\pi + 2k\pi, \frac{5}{3}\pi + 2k\pi \right\}, \text{ kde } k \in \mathbb{Z}$$



d) $\cot g \ x = -1,28$



$$x = 180^\circ - 38^\circ = 142^\circ$$

$$K = \{142^\circ + k\pi\}, k \text{ de } k \in \mathbb{Z}$$

Pracovní list:

Př.1)

a) $\cos x = -0,5$

b) $\cot g x = 1$

c) $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

d) $tg x = 0$

e) $\cos x = -0,154$

f) $tg x = -1,342$

g) $\sin x = -1$

h) $\cos x = 0$

i) $\cot g x = 0$

j) $\cot g x = -\sqrt{3}$

Př.2)

a) $\sin x = -0,25$

b) $tg x = 1$

c) $\sin x = 0,75$

d) $2 \cos x = \frac{1}{3}$

e) $\cos x = 2$

f) $tg x = 3$

g) $\cot g x = -2$

h) $tg x = 0,5$

i) $\cot g x = 0,7$

j) $\cos x = 0,38$

Pr.3)

a) $1 + \sin x = 3 \cdot (1 - \sin x)$

b) $\frac{\operatorname{tg} x + 1}{2 + \sqrt{3}} = 1 - \operatorname{tg} x$

c) $\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 0,38$

d) $\operatorname{tg} 2x = \frac{1}{3}$

e) $\cos(2x + 45^\circ) = 0,6$

f) $\cos 2x = \frac{5}{8}$

g) $\cot g\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = -\sqrt{3}$

h) $\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = 0$

Pr.4)

a) $3 \cot g^2 x + 3 \cot g x = 0$

b) $2 \cos^2 x + 5 \cos x - 3 = 0$

c) $\operatorname{tg}^2 x + 6 \operatorname{tg} x + 5 = 0$

d) $\sin^2 x - \cos^2 x = 0,5$

e) $\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) \cdot \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = -0,5$

f) $\sin 2x = \cos 3x \cdot \sin 2x$

g) $\cos x = \sin 2x \cdot \cos x$

h) $\sin x \cdot \cos 2x = -1$

i) $\sin x + \cos 2x = 2$

Př.1)

a) $K = \{120^\circ + 2k\pi, 240^\circ + 2k\pi\}, \pi \in \mathbb{Z}$

b) $K = \{45^\circ + k\pi\}, \pi \in \mathbb{Z}$

c) $K = \{45^\circ + 2k\pi, 135^\circ + 2k\pi\}, \pi \in \mathbb{Z}$

d) $K = \{0^\circ + k\pi\}, \pi \in \mathbb{Z}$

e) $K = \{98^\circ 52' + 2k\pi, 261^\circ 8' + 2k\pi\}, \pi \in \mathbb{Z}$

f) $K = \{306^\circ 42' + k\pi\}, \pi \in \mathbb{Z}$

g) $K = \{270^\circ + 2k\pi\}, \pi \in \mathbb{Z}$

h) $K = \{90^\circ + 2k\pi, 270^\circ + 2k\pi\}, \pi \in \mathbb{Z}$

i) $K = \{90^\circ + k\pi\}, \pi \in \mathbb{Z}$

j) $K = \{150^\circ + k\pi\}, \pi \in \mathbb{Z}$

Př.2)

a) $K = \{194^\circ 29' + 2k\pi, 345^\circ 31' + 2k\pi\}, \pi \in \mathbb{Z}$

b) $K = \{45^\circ + k\pi\}, \pi \in \mathbb{Z}$

c) $K = \{48^\circ 35' + 2k\pi, 131^\circ 25' + 2k\pi\}, \pi \in \mathbb{Z},$

d) $K = \{80^\circ 24' + 2k\pi, 279^\circ 36' + 2k\pi\}, \pi \in \mathbb{Z}$

e) $K = \emptyset$

f) $K = \{71^\circ 34' + k\pi\}, \pi \in \mathbb{Z}$

g) $K = \{153^\circ 26' + k\pi\}, \pi \in \mathbb{Z}$

h) $K = \{26^\circ 34' + k\pi\}, \pi \in \mathbb{Z}$

i) $K = \{55^\circ + k\pi\}, \pi \in \mathbb{Z}$

j) $K = \{67^\circ 40' + 2k\pi, 292^\circ 20' + 2k\pi\}, \pi \in \mathbb{Z}$

Př.3)

a) $K = \{30^\circ + 2k\pi, 150^\circ + 2k\pi\}, k \in \mathbb{Z}$

b) $K = \{30 + k\pi\}, k \in \mathbb{Z}$

c) $K = \{127^\circ 40' + 2k\pi, 352^\circ 20' + 2k\pi\}, k \in \mathbb{Z}$

d) $K = \{9^\circ 13' + k\pi\}, k \in \mathbb{Z}$

e) $K = \{4^\circ 4' + 2k\pi, 130^\circ 56' + 2k\pi\}, k \in \mathbb{Z}$

f) $K = \{25^\circ 40' + 2k\pi, 154^\circ 20' + 2k\pi\}, k \in \mathbb{Z}$

g) $K = \{195^\circ + k\pi\}, k \in \mathbb{Z}$

h) $K = \{165^\circ + 2k\pi, 75^\circ + 2k\pi\}, k \in \mathbb{Z}$

Př.4)

a) $K = \{90^\circ + k\pi, 135^\circ + k\pi\}, k \in \mathbb{Z}$

b) $K = \{60^\circ + 2k\pi, 300^\circ + 2k\pi\}, k \in \mathbb{Z}$

c) $K = \{315^\circ + k\pi, 281^\circ 19' + k\pi\}, k \in \mathbb{Z}$

d) $K = \{60^\circ + 2k\pi, 300^\circ + 2k\pi, 120^\circ + 2k\pi, 240^\circ + 2k\pi\}, k \in \mathbb{Z}$

e) $K = \{45^\circ + 2k\pi, 135^\circ + 2k\pi\}, k \in \mathbb{Z}$

f) $K = \{0^\circ + 2k\pi, 90^\circ + 2k\pi\}, k \in \mathbb{Z}$

g) $K = \{45^\circ + 2k\pi, 90^\circ + 2k\pi, 270^\circ + 2k\pi\}, k \in \mathbb{Z}$

h) $K = \{90^\circ + 2k\pi\}, k \in \mathbb{Z}$

i) $K = \emptyset$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

ZDROJE :

ODVÁRKO, Oldřich, Jana ŘEPOVÁ a Ladislav SKŘÍČEK.

Matematika pro střední odborné školy a studijní obory středních odborných učilišť 6. část.
1.vydání. Praha: SPN, 1985. Učebnice pro střední školy.

ODVÁRKO, Oldřich, Jana ŘEPOVÁ a Ladislav SKŘÍČEK.

Matematika pro střední odborné školy a studijní obory středních odborných učilišť 3. část.
1. vydání. Praha: SPN, 1985. Učebnice pro střední školy.